

LI GRUPPASINING INVARIANT FUNKSIYALARI

Norqo'ziyev N.N.¹

O'zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekiston;

nnavruzbeknn@gmail.ru

1-Tarif: Berilgan G gruppasi r o'lchamli ko'pxillik strukturasiga ega bo'lib, gruppasi operatsiyalari, yani

$$m : G \times G \longrightarrow G, m(g, h) = g \cdot h, \quad g, h \in G$$

va har bir elementga teskari element mos qo'yuvchi

$$i : G \longrightarrow G, i(g) = g^{-1}, g \in G,$$

akslantirishlar differentsiallanuvchi bo'lsa, G gruppasi Li gruppasi deyiladi. Berilgan G Li gruppasi biror M ko'pxillikning almashtirishlaridan iborat bo'lsa, invariant funksiya quyidagicha aniqlanadi.

2-Tarif: Berilgan $f: M \longrightarrow \mathbb{R}$ funksiya uchun har bir $x \in M$ nuqta va har bir $g \in G$ uchun $f(gx) = f(x)$ tenglik bajarilsa f funksiya G gruppasi uchun invariant funksiya deyiladi.

1-Teorema. Berilgan f funksiya X vektor maydon oqimi uchun invariant funksiya bo'lishi uchun $X(f) = 0$ munosabatning bajarilishi zarur va yetarlidir. Har bir vektor maydon oqimi bir parametrlilik Li gruppasi bo'ladi.

1-Misol: Bizga tekislikda

$$X = -y \frac{\partial}{\partial x} + x \frac{\partial}{\partial y}$$

vektor maydon berilsin. Bu vektor maydon oqimi uchun

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$

funksiyamiz invariant funksiya bo'lishini ko'rib chiqamiz. Bu esa

$$X(f) = 0$$

tenglikdan kelib chiqadi.

2-Misol: Bizga fazoda

$$X = y \frac{\partial}{\partial x} + x \frac{\partial}{\partial y} + 4xy \frac{\partial}{\partial z}$$

vektor maydon berilgan bo'lsin, bu vektor maydon oqimi uchun

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 - z$$

funksiyamiz invariant funksiya bo'lishini ko'rib chiqamiz. Bu esa

$$X(f) = y \frac{\partial f}{\partial x} + x \frac{\partial f}{\partial y} + 4xy \frac{\partial f}{\partial z} = 0$$

Teorema sharti bajarildi. Demak berilgan funksiya invariant funksiya ekan.

3-Misol: Bizga fazoda

$$X = 2z \frac{\partial}{\partial x} + 2x \frac{\partial}{\partial y} + (4xz + 4xy) \frac{\partial}{\partial z}$$

vektor maydon berilgan bo'lsin, bu vektor maydon oqimi uchun

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 - z$$

funksiyamiz invariant funksiya bo'lishini ko'rib chiqamiz. Bu esa

$$X(f) = 2z \frac{\partial f}{\partial x} + 2x \frac{\partial f}{\partial y} + (4xz + 4xy) \frac{\partial f}{\partial z} = 0$$

Teorema sharti bajarildi. Demak berilgan funksiya invariant funksiya ekan.

4-Misol: Bizga fazoda

$$X = -x \frac{\partial}{\partial x} + z \frac{\partial}{\partial y} + (2x^2 - 2yz) \frac{\partial}{\partial z}$$

vektor maydon berilgan bo'lsin, bu vektor maydon oqimi uchun

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z$$

funksiyamiz invariant funksiya bo'lishini ko'rib chiqamiz. Bu esa

$$X(f) = -x \frac{\partial f}{\partial x} + z \frac{\partial f}{\partial y} + (2x^2 - 2yz) \frac{\partial f}{\partial z} = 0$$

teorema sharti bajarildi . Demak berilgan funksiya invariant funksiya ekan.

5-Misol: Bizga fazoda

$$X = 2 \frac{\partial}{\partial x} + z \frac{\partial}{\partial y} + (6x^2 + z) \frac{\partial}{\partial z}$$

vektor maydon berilgan bo'lsin, bu vektor maydon oqimi uchun

$$f(x, y, z) = x^3 + y - z$$

funksiyamiz invariant funksiya bo'lishini ko'rib chiqamiz. Bu esa

$$X(f) = 2 \frac{\partial f}{\partial x} + z \frac{\partial f}{\partial y} + (6x^2 + z) \frac{\partial f}{\partial z} = 0$$

teorema sharti bajarildi . Demak berilgan funksiya invariant funksiya ekan.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Peter J., Olver. Application of Lie Groups to Differential Equations.
2. Malik D S, Mordeson John M , Sen. M.K. Fundamentals of Abstract Algebra.