



O‘zMU XABARLARI

ВЕСТНИК НУУз

АСТА NUUz

**MIRZO ULUG‘BEK NOMIDAGI O‘ZBEKISTON MILLIY
UNIVERSITETINING ILMIY JURNALI**

**JURNAL 1997
YILDAN
CHIQA
BOSHLAGAN**

**2024
2/2
Aniq
fanlar**

Bosh muharrir:

MADJIDOV I. U. — t.f.d., professor

Bosh muharrir o‘rinbosari:

ERGASHOV Y. S. — f.-m.f.d., professor

Tahrir hay’ati:

Ayupov Sh. A. — f.-m.f.d., prof., O‘zR FA akademigi

Alimov Sh. A. — f.-m.f.d., prof., O‘zR FA akademigi

Sadullayev A. — f.-m.f.d., prof., O‘zR FA akademigi

Roziqov O‘. A. — f.-m.f.d., prof., O‘zR FA akademigi

Aripov M. M. — f.-m.f.d., prof.

Ashurov R. R. — f.-m.f.d., prof.

Abdushukurov A. A. — f.-m.f.d., prof.

Zikirov O. S. — f.-m.f.d., prof.

Aloyev R. J. — f.-m.f.d., prof.

Ganixodjayev R. N. — f.-m.f.d., prof.

Narmonov A. Y. — f.-m.f.d., prof.

Omirov B. A. — f.-m.f.d., prof.

Raximov A. A. — f.-m.f.d., prof.

Beshimov R. B. — f.-m.f.d., prof.

Shoimqulov B. A. — f.-m.f.d., prof.

Xayotov A. — f.-m.f.d., prof.

Xudoyberdiyev A. — f.-m.f.d., prof.

Xudoyberganov G. — f.-m.f.d., prof.

Matyakubov A. S. — f.-m.f.d., prof.

Mas’ul kotib: f.-m.f.d. (PhD) G‘aybullayev R.Q.

MUNDARIJA
CONTENTS
СОДЕРЖАНИЕ

Abdushukurov A. A., Bozorov S. B. Comparative analysis of estimates of distribution function in right random censoring schemas by using of kernel mathematical modeling	3
Bozorova O'. $M G 1 N$ va $GJ M 1 N - 1$ sistemalar bandlik davrlari o'rta qiymatlari o'rtasida ikkilanma munosabatlar	14
Ilyasova R. A. The existence of not translation invariant two periodic gradient gibbs measures on cayley tree of arbitrary order	21
Khadjiev D., Bayturaev A. Complete systems of invariants of irregular curves in a Euclidean geometry	27
Kucharov R. R., Pardayev Sh. A., Salimov J. K. p -adik sonlar maydonida 1-Lipshits funksiyalari va ularning dinamikasi	40
Muradov R. S., Ziyotdinova M. A. Butstrep usulida qurilgan statistik baholar uchun limit teoremlar	47
Turdieva N.R., Oltiboyev D.N. $A(z)$ -analytic functions in non-convex domains	55
Жураев Т. Ф., Турсунова З. О. О некоторых подпространствах являющихся многообразиями различной размерности пространства $P(X)$ вероятностных мер.	61
Закиров А. Х. Течение идеальной жидкости в внезапно сужающемся канале	68
Кулжанов У. Н. О нижнем спектре двухчастичного дискретного оператора Шредингера	77
Мамадалиев Н. А., Бекниязов А. Е., Васиева Х. Г. Об одной задаче дифференциального уравнения второго порядка с инволюцией	88
Нурмухамедова Н. С. Информация Фишера для случайно цензурированных наблюдений	101
Халхужаев А. М., Хужамиеров И. А. О спектре трехчастичного оператора Шредингера на решетке	107
Худойбердиев О. Ж., Норов Г. М. Определение координат центра масс горного массива ограниченного бортом карьеры и плоскостью скольжения	124

UDC 517.98

p-ADIK SONLAR MAYDONIDA 1-LIPSHITS FUNKSIYALARI VA
ULARNING DINAMIKASI

Kucharov R. R., * Pardayev Sh. A., * Salimov J. K. *

REZYUME

Bu maqolada *p*-adik 1-Lipshits funksiyalar va ularning xossalarni haqida ma'lumotlar bayon qilingan. *p*-adik 1-Lipshits funksiyalarning umumiy ko'rinishi keltirilgan. *p*-adik 1-Lipshits funksiyalarning dinamikasi o'rganilgan.

Kalit so'zlar: *p*-adik sonlar, *p*-adik norma, 1-Lipshits funksiyalar, dinamik sistema, qo'zg'almas nuqta.

KIRISH

p-adik sonlarni birinchi bo'lib nemis matematigi K.Henzel tomonidan 1897-yilda fanga kiritilgan. Bu sonlar dastlab sonlar nazariyasining bir qismi sifatida o'rganilgan. Keyinchalik *p*-adik sonlarning boshqa fan sohalarida tadbiqlari topila boshlagach, *p*-adik sonlar nazariyasi, *p*-adik analiz, *p*-adik differensial tenglamalar, *p*-adik funksional analiz, *p*-adik dinamik sistemalar, *p*-adik ehtimolliklar nazariyasi, *p*-adik o'lchovlar nazariyasi kabi yangi fan sohalar rivojlana boshladi [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]. Shuningdek, kvant mexanikasiga, garmonik to'lqinlar nazariyasiga, stoxastik jarayonlarga ham *p*-adik analizni tatbiq etib kelinmoqda[8].

G'anixo'jaev N.N., Roziqov U.A., Muxamedov F.M. $\mathbb{Z}$ da Ising modeli uchun *p*-adik Gibbs o'lchovini tuzganlar [9]. Bundan tashqari, Kolmogorovning o'lchovlarni kengaytirish haqidagi teoremasining *p*-adik analogini isbotlaganlar. Hakimov O.N. ma'lum daraxtlarda to'rtta o'zaro ta'sirga ega Ising modeli uchun yagona *p*-adik Gibbs o'lchovi mavjudligi ko'rsatgan [10]. Uchinchi tartibdagi Keli daraxtida Ising modeli uchun invariant umumlashgan *p*-adik Gibbs o'lchovlari to'plami tasvirlangan [11]. *p*-adik Ising-Potts modelining dinamikasi o'rganilgan ($p \neq 2$) va parametrlar bo'yicha ba'zi hollarda Ising-Potts modelining xaotik ekanligini ko'rsatilgan [4].

Dinamik sistemalarning noarximed nazariyasi bu noarximed analizdagi akslantirishni tatbiqidagi eng tabiiy maydondir. 1997-yilda A.Yu.Xrennikov anglash jarayonlarini modellashtirishda *p*-adik dinamik sistemalarni tatbiq qilishni taklif qildi [14]. Biz ixtiyoriy natural son uchun ham *p*-adik sonlar halqasidagi dinamik sistemalarni tatbiq qilishimiz ham mumkin [12]. Shuni ta'kidlab o'tamizki, *p*-adik dinamik sistemalar dastlab sodda funksiyalar uchun o'rganilgan. Bularan murakkabroq funksiyalar uchun *p*-adik dinamik sistemalar o'rganilmagan. *p*-adik 1-Lipshits funksiyalari E.Yurova, A.Xrennikovlarning ishlarida o'rganilgan [13].

*Kucharov R. R. – Toshkent xalqaro moliyaviy boshqaruv va texnologiyalar universiteti, Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston milliy universiteti, ramz3364647@yahoo.com, r.kucharov@tift.uz

*Pardayev Sh. A. – Toshkent davlat transport universiteti, shohzodmath@gmail.com

*Salimov J. K. – Toshkent xalqaro moliyaviy boshqaruv va texnologiyalar universiteti, edujahongir.salimov@gmail.com

Ushbu maqolada p -adik 1-Lipshits funksiyalar va ularning xossalari haqida ma'lumotlar bayon qilingan. p -adik 1-Lipshits funksiyalarning umumiy ko'rinishi keltirilgan. p -adik 1-Lipshits funksiyalarning dinamikasi o'rganilgan.

DASTLABKI TUSHUNCHALAR

Aytaylik bizga biror $(K, +, \cdot)$ maydon berilgan bo'lsin.

Ta'rif 1. $\|\cdot\| : K \rightarrow \mathbb{R}_+$ akslantirish quyidagi xossalarga ega bo'lsin:

- 1) $\|x\| = 0 \iff x = 0$;
- 2) Ixtiyoriy $x, y \in K$ uchun $\|xy\| = \|x\|\|y\|$;
- 3) Ixtiyoriy $x, y \in K$ uchun $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$.

U holda bu akslantirishga $(K, +, \cdot)$ maydondagi norma deyiladi. $(K, +, \cdot, \|\cdot\|)$ to'rtlikka esa normalangan maydon deyiladi va qisqacha $(K, \|\cdot\|)$ kabi yoziladi.

Ta'rif 2. $(K, \|\cdot\|)$ normalangan maydon bo'lsin. Agar ixtiyoriy $x, y \in K$ uchun

$$\|x + y\| \leq \max\{\|x\|, \|y\|\} \quad (1)$$

o'rinli bo'lsa, $\|\cdot\|$ normaga noarximed normasi deyiladi.

Aytaylik $\mathbb{P}$ tub sonlar to'plami bo'lib, $p \in \mathbb{P}$ biror tub son bo'lsin. Ixtiyoriy $a \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ uchun shu sonning p bo'yicha tartibi tushunchasini kiritamiz.

Ta'rif 3. Agar $a \equiv 0 \pmod{p^k}$ va $a \not\equiv 0 \pmod{p^{k+1}}$, u holda $k \in \mathbb{Z}_+$ songa a butun sonning p bo'yicha tartibi deyiladi va $\text{ord}_p(a)$ kabi yoziladi.

Agar $a = 0$ bo'lsa, ixtiyoriy $k \in \mathbb{Z}$ uchun $a \equiv 0 \pmod{p^k}$ o'rinliligini hisobga olib, $\text{ord}_p(0) = +\infty$ deymiz.

Endi ixtiyoriy $x = \frac{a}{b}$ ratsional son uchun

$$\text{ord}_p(x) = \text{ord}_p(a) - \text{ord}_p(b)$$

deb qabul qilamiz.

Ta'rif 4. $\mathbb{Q}$ ratsional sonlar maydonida quyidagi $|\cdot|_p$ akslantirishni qaraymiz:

$$|x|_p = \begin{cases} \frac{1}{p^{\text{ord}_p(x)}}, & \text{agar } x \neq 0 \text{ bo'lsa,} \\ 0, & \text{agar } x = 0 \text{ bo'lsa.} \end{cases} \quad (2)$$

(2) ko'rinishdagi akslantirish $\mathbb{Q}$ maydonda noarximed normasi bo'ladi. $\mathbb{Q}$ maydondagi bu akslantirishga p -adik norma deyiladi.

To'la normalangan p -adik sonlar maydonini $\mathbb{Q}_p$ ko'rinishida belgilaymiz.

Ta'rif 5. Normasi 1 dan katta bo'lmagan p -adik sonlarni $\mathbb{Z}_p$ orqali belgilaymiz:

$$\mathbb{Z}_p = \{a \in \mathbb{Q}_p, |a|_p \leq 1\}.$$

Endi $\mathbb{Q}_p$ maydondagi asosiy to'plamlardan yana biri bilan tanishamiz.

Ta'rif 6. Normasi 1 ga teng bo'lgan p -adik sonlarni $\mathbb{Z}_p^*$ orqali belgilaymiz:

$$\mathbb{Z}_p^* = \{a \in \mathbb{Q}_p, |a|_p = 1\}.$$

Ta'rifdan bevosita kelib chiqadigan xulosalar: $\mathbb{Z}_p^* \subset \mathbb{Z}_p$ va $\mathbb{Z}_p^* = \mathbb{Z}_p \setminus p\mathbb{Z}_p$.

Ma'lumki, har qanday (X, d) metrik fazoda markazi a nuqtada radiusi r bo'lgan ochiq shar quyidagicha aniqlanadi:

$$B_r(a) = \{x \in X : d(x, a) < r\}.$$

$\mathbb{Q}_p$ fazoda esa quyidagi to'plam ochiq shar bo'ladi:

$$B_r(a) = \{x \in \mathbb{Q}_p : |x - a|_p < r\}.$$

Ta'rif 7. Agar f funksiya $f : \mathbb{Z}_p \rightarrow \mathbb{Z}_p$ bo'lib, quyidagi shartni qanoatlantirsa

$$|f(x) - f(y)|_p \leq p^\alpha |x - y|_p, \quad \forall x, y \in \mathbb{Z}_p$$

bu funksiya p^α -Lipshits funksiyasi deyiladi. Xususan $\alpha = 0$ bo'lganda

$$|f(x) - f(y)|_p \leq |x - y|_p, \quad \forall x, y \in \mathbb{Z}_p \quad (3)$$

bo'lib, f funksiya 1-Lipshits funksiyasi deyiladi.

1-Lipshits shartining bir necha ekvivalent shartlari ham mavjud [15]:

- i) $|f(x + y) - f(x)|_p \leq |y|_p$, barcha $x, y \in \mathbb{Z}_p$ lar uchun;
- ii) $|\frac{1}{y}(f(x + y) - f(x))|_p \leq 1$, barcha $x \in \mathbb{Z}_p$ va barcha $y \neq 0 \in \mathbb{Z}_p$ lar uchun;
- ii) $f(x + p^n \mathbb{Z}_p) \subset f(x) + p^n \mathbb{Z}_p$, barcha $x \in \mathbb{Z}_p, n \geq 1$ uchun;
- iv) $f(x) \equiv f(y) \pmod{p^n}$, barcha $n \geq 1$ uchun $x \equiv y \pmod{p^n}$ bo'lganda.

Aytaylik bizga $\mathbb{D} \subset \mathbb{Q}_p$ to'plam va $f : \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{Q}_p$ funksiya berilgan bo'lsin. $(f, \mathbb{D})$ dinamik sistemani o'rganish bu ixtiyoriy $x_0 \in \mathbb{D}$ nuqta uchun $x_n = f^n(x_0)$, $n = 1, 2, 3, \dots$ ketma-ketlik limitini o'rganishdir.

Ta'rif 8. Agar $x_0 \in \mathbb{D}$ nuqta uchun $f(x_0) = x_0$ bo'lsa, u holda x_0 nuqta $(f, \mathbb{D})$ dinamik sistemaning qo'zg'almas nuqtasi deyiladi.

Ta'rif 9. x_0 qo'zg'almas nuqta bo'lsin. Agar uning shunday $U_r(x_0)$ atrofi topilib, ixtiyoriy $x \in U_r(x_0)$ uchun $\lim_{n \rightarrow \infty} f^n(x) = x_0$ tenglik bajarilsa, u holda x_0 nuqta tortuvchi nuqta deyiladi va

$$A(x_0) = \{x \in \mathbb{D} : \lim_{n \rightarrow \infty} f^n(x) = x_0\}$$

to'plamni esa x_0 nuqtaning tortilish to'plami yoki atraktori deyiladi.

Ta'rif 10. x_0 nuqta $f(x)$ funksiyaning qo'zg'almas nuqtasi bo'lsin. Agar

- 1) $|f'(x_0)|_p < 1$ bo'lsa, x_0 nuqta tortuvchi,
- 2) $|f'(x_0)|_p = 1$ bo'lsa, x_0 nuqta betaraf,
- 3) $|f'(x_0)|_p > 1$ bo'lsa, x_0 nuqta itaruvchi deyiladi.

Tasdiq 1. [2] *Ixtiyoriy $x, y \in \mathbb{Q}_p$ uchun quyidagilar o‘rinli:*

1) $|x|_p \neq |y|_p$ bo‘lsa, u holda $|x + y|_p = \max\{|x|_p, |y|_p\}$ bo‘ladi.

2) $p = 2$ da $|x|_2 = |y|_2$ bo‘lsa, u holda $|x + y|_2 \leq \frac{1}{2}|x|_2$ bo‘ladi.

3) $p \neq 2$ da $|x|_p = |y|_p$ bo‘lsa, u holda $|x + y|_p \leq |x|_p$ bo‘ladi.

Lemma 1. [2] $\mathbb{Z}_2$ da $x^2 - a$ ko‘phad ildizga ega bo‘lishi uchun

$$a = p^\alpha(a_0 + a_1 2 + a_2 2^2 + a_3 2^3 + \dots)$$

yoyilmada α juft bo‘lib, $a_1 = a_2 = 0$ bo‘lishi zarur va yetarli.

Lemma 2. [2] *Aytaylik $f : \mathbb{Z}_p \rightarrow \mathbb{Z}_p$ bo‘lsin. Agar f funksiya ko‘fitsiyentlari p -adik butun sonlar bo‘lgan polinom bo‘lsa, u holda bu funksiya 1-Lipshits funksiyasi bo‘ladi.*

ASOSIY NATIJALAR

Aytaylik $f : \mathbb{Q}_p \rightarrow \mathbb{Q}_p$ akslantirishni aniqlaydigan

$$f_{a,k}(x) = \left(\frac{ax + 1}{x + a} \right)^k, a \in \mathbb{Z}_p \quad (4)$$

funksiya berilgan bo‘lsin.

Lemma 3. (4) funksiya $k = 2$ va $k = 3$ uchun ixtiyoriy $x \in \mathbb{Z}_p^*$ da 1-Lipshits funksiyasi bo‘ladi.

Isbot. Avval (4) funksiyaning $k = 2$ uchun ko‘rib chiqamiz:

$$f_{a,2}(x) = \left(\frac{ax + 1}{x + a} \right)^2.$$

$f_{a,2}(x)$ funksiyaning (3) shartga tekshiramiz.

$$|f_{a,2}(x) - f_{a,2}(y)|_p = \left| \frac{2axy + (a^2 + 1)(x + y) + 2a}{(x + a)(y + a)} \cdot \frac{a^2 - 1}{(x + a)(y + a)} \right|_p \cdot |x - y|_p$$

$f_{a,2}(x)$ funksiya (3) shartni qanoatlantirishi uchun

$$\left| \frac{2axy + (a^2 + 1)(x + y) + 2a}{(x + a)(y + a)} \cdot \frac{a^2 - 1}{(x + a)(y + a)} \right|_p \leq 1 \quad (5)$$

bo‘lishi lozim. Funksiya $\mathbb{Z}_p^*$ to‘plamda qaralganligi uchun bu to‘plamdan olingan ixtiyoriy x da $|x|_p = 1$ bo‘ladi. a esa butun sonlar to‘plamidan bo‘lganligi sababli $|a|_p \leq 1$ bo‘ladi. Bunga va 1-tasdiqga ko‘ra (5) tengsizlik bajarilishi kelib chiqadi.

Endi $k = 3$ da

$$f_{a,3}(x) = \left(\frac{ax + 1}{x + a} \right)^3$$

bo‘ladi. $f_{a,3}(x)$ funksiyaning (3) shartga tekshiramiz.

$$|f_{a,3}(x) - f_{a,3}(y)|_p =$$

$$\left| \frac{a^2 - 1}{(x+a)(y+a)} \cdot \left(\left(\frac{a^2 - 1}{(x+a)(y+a)}(x-y) \right)^2 + 3 \cdot \frac{ax+1}{x+a} \cdot \frac{ay+1}{y+a} \right) \right|_p \cdot |x-y|_p$$

$f_{a,2}(x)$ funksiya (3) shartni qanoatlantirishi uchun

$$\left| \frac{a^2 - 1}{(x+a)(y+a)} \cdot \left(\left(\frac{a^2 - 1}{(x+a)(y+a)}(x-y) \right)^2 + 3 \cdot \frac{ax+1}{x+a} \cdot \frac{ay+1}{y+a} \right) \right|_p \leq 1$$

bajarilishi lozim.

Teorema 1. $f_{a,k}(x)$ funksiyani $k = 3$ da 1-Lipshits funksiya bo'lishi uchun $\forall x \in \mathbb{Q}_p \setminus p\mathbb{Z}_p$ bo'lishi zarur va yetarli.

Isbot. Yetarliligi. $f_{a,k}(x)$ funksiyani $k = 3$ da 1-Lipshits shartiga tekshiramiz:

$$|f_{a,3}(x) - f_{a,3}(y)|_p =$$

$$\left| \frac{a^2 - 1}{(x+a)(y+a)} \cdot \left(\left(\frac{a^2 - 1}{(x+a)(y+a)}(x-y) \right)^2 + 3 \cdot \frac{ax+1}{x+a} \cdot \frac{ay+1}{y+a} \right) \right|_p \cdot |x-y|_p$$

Zarurligi. Bu yerda

$$\left| \frac{a^2 - 1}{(x+a)(y+a)} \cdot \left(\left(\frac{a^2 - 1}{(x+a)(y+a)}(x-y) \right)^2 + 3 \cdot \frac{ax+1}{x+a} \cdot \frac{ay+1}{y+a} \right) \right|_p \leq 1$$

tengsizlik bajarilsa $f_{a,3}(x)$ funksiya 1-Lipshits funksiyasi bo'ladi.

Endi (4) funksiyaning dinamik sistemasini $p = 2$ va $k = 3$ bo'lganda o'rganamiz. Qo'zg'almas nuqtani topish uchun $f(x) = x$ tenglamani yechib: $x_1 = 1$, $x_2 = -1$ va

$$x_3 = \frac{a^3 - 3a + (a^2 - 1)\sqrt{a^2 - 4}}{2},$$

$$x_4 = \frac{a^3 - 3a - (a^2 - 1)\sqrt{a^2 - 4}}{2}$$

larga ega bo'lamiz. x_3 va x_4 qo'zg'almas nuqtalar mavjud bo'lishi uchun $|a^2 - 4|_2 \geq 0$ bo'lishi lozim. Bundan esa $|a|_2 \geq \frac{1}{2}$ bo'lishi kelib chiqadi. Demak x_3 va x_4 nuqtalar uchun $\frac{1}{2} \leq |a|_2 \leq 1$ bo'ladi. Agar $|a|_p = \frac{1}{2}$ yoki $|a|_p = 1$ bo'lsa 1-lemmaga ko'ra $a^2 - 4$ sonidan ildiz chiqmaydi va $x_{3,4}$ nuqtalar mavjud bo'lmaydi.

Teorema 2. Agar x_i ($i = \overline{1,4}$) lar $f(x)$ funksiyaning qo'zg'almas nuqtalari bo'lsa, u holda quyidagilar o'rinli:

- 1) $x_1 = 1$ uchun $a \in 2\mathbb{Z}_2$ da tortuvchi, $a \in \mathbb{Z}_2^*$ da betaraf,
- 2) $x_2 = -1$ uchun $a \in 2\mathbb{Z}_2$ da tortuvchi, $a \in \mathbb{Z}_2^*$ da itaruvchi.

Isbot. $f'(x) = \frac{3(a^2-1)(ax+1)^2}{(x+a)^4}$ bo'lishini topib olamiz. Berilgan sonlar to'plami uchun quyidagilarni aniqlaymiz:

$$\begin{cases} a \in 2\mathbb{Z}_2 & da, & |a|_2 \leq \frac{1}{2}, & |a-1|_2 = 1, & |a+1|_2 = 1 & bo'ladi, \\ a \in \mathbb{Z}_2^* & da, & |a|_2 = 1, & |a-1|_2 \leq \frac{1}{2}, & |a+1|_2 \leq \frac{1}{2} & bo'ladi. \end{cases} \quad (6)$$

1-hol. $x_1 = 1$ uchun $f'(1) = \frac{3a(a-1)}{(a+1)^2}$ bo'ladi. $a \in 2\mathbb{Z}_2$ da (6) ga ko'ra

$$|f'(1)|_2 = \left| \frac{3a(a-1)}{(a+1)^2} \right|_2 < 1$$

bo'lishi kelib chiqadi. $a \in \mathbb{Z}_2^*$ da esa

$$|f'(1)|_2 = \left| \frac{3a(a-1)}{(a+1)^2} \right|_2 = 1$$

bo'ladi.

2-hol. $x_1 = -1$ uchun $f'(-1) = \frac{3a}{a-1}$ bo'ladi. $a \in 2\mathbb{Z}_2$ da (6) ga ko'ra

$$|f'(-1)|_2 = \left| \frac{3a}{a-1} \right|_2 < 1$$

bo'lishi kelib chiqadi. $a \in \mathbb{Z}_2^*$ da esa

$$|f'(-1)|_2 = \left| \frac{3a}{a-1} \right|_2 > 1$$

bo'ladi.

ADABIYOTLAR

1. Alan Adolphson, Steven Sperber, Marvin Tretkoff. p-adic methods in number theory and algebraic geometry. AMS, Founded, 1992.
2. W.H.Schikhof, Ultrametric calculus. An introduction to p-adic analysis, Cambridge Stud. Adv. Math., vol. 4, Cambridge Univ. Press, Cambridge 1984.
3. N.Koblitz. p-adic numbers, p-adic analysis and zeta-functions. Springer, New York, 1977.
4. V.S.Vladimorov, I.V.Volovich and E.I.Zelenov. p-adic analysis and mathematical physics. World Sci. Publ., Singapore, 1994.
5. Kiran S. Kedlaya. p-adic differential equations. Cambridge University Press, 2010.
6. A.C.M. van Rooij. Non-Archimedean functional analysis. New York and Basel, Pure and applied mathematics, 1978.
7. U.A.Rozikov. Gibbs measure on a Cayley tree. World Scientific, 2013.

8. N.M.Chuong, Yu.V.Egorov, A.Khrennikov, Y.Meyer, D.Mumford. Harmonic, wavelet and p -adic analysis. World Scientific, 2007.
9. Ganikhodjaev N.N., Mukhamedov F.M., Rozikov U.A., Phase Transitions in the Ising Model on $\mathbb{Z}$ over the p -adic Number Field, Uzb. Mat. Zh., No. 4, 1998, 23-29.
10. Khakimov O.N., On p -adic Gibbs measures for Ising model with four competing interactions. P -adic Numbers, Ultrametric Anal. Appl. 2013; 5: 194-203.
11. Rakhmatullayev M., Khakimov O., Tuxtaboyev A., On p -adic generalized Gibbs measure for the Ising model on a Cayley tree. Theor. Math. Phys. 2019; 201: 1521-1530.
12. B.Dragovich, A.Khrennikov, and D. Mihajlovic, Linear fractional p -adic and adelic dynamical systems, Rep. Math. Phys., 60 1, 2007, 55B-68.
13. E.Yurova and A.Khrennikov, Generalization of Hensel's lemma: finding the roots of p -adic Lipschitz functions, J.Number Theory 158 2016, 217-233.
14. A.Yu.Khrennikov and M.Nilsson. p -adic Deterministic and Random Dynamics. Kluwer Academic Publishers. London. 2004.
15. S.Jeong, Toward the ergodicity of p -adic 1-Lipschitz functions represented by the van der Put series, J. Number Theory, 133(9):2874-2891, 2013.

РЕЗЮМЕ

В этой статье описывается информация о p -адических 1-липшицевых функциях и их свойствах. Приводится общий вид p -адических 1-липшицевых функций. Также изучается динамика p -адических 1-липшицевых функций.

Ключевые слова: p -адические числа, p -адическая норма, 1-функции Липшица, динамическая система, неподвижная точка.

RESUME

This article is described information about p -adic 1-Lipschitz functions and their properties. An overview of p -adic 1-Lipschitz functions is given. The dynamics of p -adic 1-Lipschitz functions is studied.

Key words: p -adic numbers, p -adic norm, 1-Lipschitz functions, dynamic system, fixed point.