

ISSN 2181-7324

ЎЗМУ

ХАБАРЛАРИ

№ 2/2 ✪ 2017



*Аниқ фанлар
йўналиши*

*Точные
науки*

*Exact
sciences*



ВЕСТНИК НУУ₃ ✪ АСТА NUU₂

ЎЗМУ ХАБАРЛАРИ

ВЕСТНИК НУУЗ

АСТА NUUZ

МИРЗО УЛУҒБЕК НОМИДАГИ ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ
УНИВЕРСИТЕТИНИНГ ИЛМИЙ ЖУРНАЛИ

**ЖУРНАЛ
1997
ЙИЛДАН
ЧИҚА
БОШЛАГАН**

**2017
2/2
Аниқ
фанлар**

Бош муҳаррир:

МАРАХИМОВ А. Р. — т.ф.д., профессор

Бош муҳаррир ўринбосари:

ХАЛМУХАМЕДОВ А. Р. — ф.-м.ф.д.

Таҳрир хайъати:

Абдушукуров А. А. – ф.-м.ф.д., проф.

Арипов М. М. – ф.-м.ф.д., проф.

Аюпов Ш. А. – ф.-м.ф.д., проф., ЎзР ФА академиги

Ганиходжаев Р. Н. – ф.-м.ф.д., проф.

Зикиров О. С. – ф.-м.ф.д., проф.

Зупаров Т. М. – ф.-м.ф.д., проф.

Мамадалимов А. – ф.-м.ф.д., проф., ЎзР ФА академиги

Мусаханов М. М. – ф.-м.ф.д., проф., ЎзР ФА академиги

Нуриддинов С. Н. – ф.-м.ф.д., проф.

Омиров Б. А. – ф.-м.ф.д., проф.

Отажонов Ш. – ф.-м.ф.д., проф.

Садуллаев А. – ф.-м.ф.д., проф., ЎзР ФА академиги

Худойберганов Г. – ф.-м.ф.д., проф.

Чилин В. И. – ф.-м.ф.д., проф.

Маъсул котиб: **РИХСИЕВ К.**

ТОШКЕНТ — 2017

MUNDARIJA
CONTENTS
СОДЕРЖАНИЕ

Xursanov Sh. Ya. $A(z)$ -garmonik funksiyalar	5
Aloev R. D., Khudayberganov M. U. Using an a priori estimate for constructing difference schemes for quasi-linear hyperbolic systems	9
Aripov M., Mukimov A. An asymptotic solution radially symmetric self-similar solution of nonlinear parabolic equation with source in the second critical exponent case	21
Bobokhujaev K. U., Zaynabiddinov S. Electron exchange between impurity centers of tin in PbS and PbSe	30
Elov B. B., Primova M. H. Using BPMN methodology in business processes of SMART LMS	36
Naydarov F. H. Positive fixed points of Lyapunov integral operators and Gibbs measures	45
Абдуллаев О. Х., Хужакулов Ж. Р. Об одной обратной задаче для параболического уравнения дробного порядка	50
Абдурасулов К. К., Халкулова Х. А. Разрешимые алгебры Лейбница с пятимерным квази-филиформным нильрадикалом максимальной длины	58
Азизов А. Н., Чилин В. И. Мультипликативные вложения симметричных пространств	67
Азимов А. Н., Алибеков А. С., Базарбаев Н. Н., Кубаев С. Ш., Махмудов С. К., Муминов И. Т., Муминов Т. М., Раимулов А. А., Солиев Т. И., Холбаев И., Худайбердиев А. Т., Эшкobilов Ш. Х. Радиоактивность остатков древних металлургических производств Сувликуля	74
Аликулов Т. Н. Дробные степени дифференциального оператора Шредингера с сингулярным коэффициентом и теоремы вложения	80
Алимов Г. Р., Махмудов С. К., Усманов Р. Р., Руми Р. Ф., Холбаев И., Эшкobilов Ш. Х. Освоение технологии сборки фотоэлектрических модулей на основе аморфного кремния на базе НИИ Прикладной физики НУУз и ОАО «Композит»	88
Аминов Б. Р. 2-Локальные изометрии гильбертовых пространств	94
Балтаева У. И. Краевые задачи для нагруженного уравнения третьего порядка с параболо-гиперболическим оператором	99
Буваев К. Т., Сайдаматов Э. М. Об условиях равномерной сходимости спектральных разложений, отвечающих полигармоническим операторам	107
Гайназаров С. М. Численное исследование устойчивости откосов карьера ...	113
Джаббаров Г. Ф. О размерности пространства слабо аддитивных положительно-однородных функционалов	120
Жураев Г. У. Криптоанализ многоалфавитных традиционных симметричных криптосистем	126
Жураев Г. У., Марахимов А. Р. О представлении криптографических преобразований симметричного алгоритмов шифрования в матричном виде для дифференциального анализа	133

UO'K 517.55

 $A(z)$ -GARMONIK FUNKSIYALAR

Xursanov Sh. Ya. *

REZYUME

Ushbu maqolada $A(z)$ -garmonik funksiyalarga ta'rif berilib ularni $A(z)$ -analitik funksiyalar bilan bog'lanishi keltirilgan.

Kalit so'zlar: $A(z)$ -garmonik funksiya, umumlashgan $A(z)$ -garmonik funksiya, $A(z)$ -analitik funksiya.

Kompleks tekislikdagi D sohada analitik bo'lgan $A(z)$ funksiya berilgan bo'lib, barcha $z \in D$ uchun $|A(z)| \leq C < 1$ tengsizlik o'rinli bo'lsin. $u : D \rightarrow R$, $u \in C^2(D)$ funksiya D sohada $A(z)$ -garmonik funksiya deyiladi, agar barcha $z \in D$ uchun

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{1-|A|^2} \left[(1+|A|^2) \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} - 2A \frac{\partial u}{\partial z} \right] \right] + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left[\frac{1}{1-|A|^2} \left[(1+|A|^2) \frac{\partial u}{\partial z} - 2\bar{A} \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} \right] \right] = 0$$

tenglik o'rinli bo'lsa.

$\Delta_A : C^2(D) \rightarrow C(D)$ orqali quyidagi differensial operatorni belgilaymiz:

$$\begin{aligned} \Delta_A u &= \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{1-|A|^2} \left[(1+|A|^2) \frac{\partial}{\partial \bar{z}} - 2\bar{A} \frac{\partial}{\partial z} \right] \right] + \\ &+ \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left[\frac{1}{1-|A|^2} \left[(1+|A|^2) \frac{\partial}{\partial z} - 2A \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \right] \right]. \quad (1) \\ \Delta_A &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{1-|A|^2} \left[(1+|A|^2) \frac{\partial}{\partial \bar{z}} - 2\bar{A} \frac{\partial}{\partial z} \right] \right] \end{aligned}$$

bo'lgani uchun bu operator haqiqiy operator bo'ladi. $A(z) = 0$ bo'lganda Δ_A klassik Laplas operatori bilan ustma ust tushadi ([2]-[5] ga qarang).

Masalan: $u(z) = 2(z + \bar{z}) + z^2 + \bar{z}^2$ funksiyani ko'rsak $A(z) = \bar{z}$ va $D = \{|z| < \frac{1}{2}\}$ uchun $A(z)$ -garmonik funksiya bo'ladi.

Teorema 1. Agar f funksiya D sohada $A(z)$ analitik funksiya ([1], [3], [4] ga qarang) bo'lsa u holda uning haqiqiy va mavhum qismlari D sohada $A(z)$ -garmonik funksiya bo'ladi.

Isboti. $f \in O_A(D)$ bo'lgani uchun quyidagi tengliklar o'rinli:

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial \bar{z}} = A \frac{\partial f}{\partial z} \\ \frac{\partial f}{\partial z} = \bar{A} \frac{\partial f}{\partial \bar{z}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} + i \frac{\partial v}{\partial \bar{z}} = A \left(\frac{\partial u}{\partial z} + i \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial u}{\partial z} - i \frac{\partial v}{\partial z} = \bar{A} \left(\frac{\partial u}{\partial \bar{z}} - i \frac{\partial v}{\partial \bar{z}} \right) \end{cases}$$

Yuqoridagi tenglamalar sitemasini $\frac{\partial v}{\partial z}$ va $\frac{\partial v}{\partial \bar{z}}$ ga nisbatan yechib

$$\frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{i}{1-|A|^2} \left[(1+|A|^2) \frac{\partial u}{\partial z} - 2\bar{A} \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} \right],$$

*Xursanov Sh. Ya. - O'zbekiston Milliy universiteti, shohruhmath@mail.ru

$$\frac{\partial v}{\partial \bar{z}} = \frac{i}{1 - |A|^2} \left[(1 + |A|^2) \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} - 2A \frac{\partial u}{\partial z} \right]$$

tengliklarga ega bo'lamiz. $v \in C^2$ bo'lgani uchun aralash hosilalari teng va

$$0 = \frac{\partial^2 v}{\partial z \partial \bar{z}} - \frac{\partial^2 v}{\partial \bar{z} \partial z} = i \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{1 - |A|^2} \left[(1 + |A|^2) \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} - 2A \frac{\partial u}{\partial z} \right] \right] + \\ + i \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left[\frac{1}{1 - |A|^2} \left[(1 + |A|^2) \frac{\partial u}{\partial z} - 2\bar{A} \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} \right] \right] = -i \Delta_A u$$

tenglik o'rinli bo'lib, bundan $\Delta_A u = 0$ ya'ni $A(z)$ analitik funksiyani haqiqiy qismi $A(z)$ garmonik ekanligi kelib chiqadi. $-if = v - iu \in O_A(D)$ bo'lgani uchun xuddi yuqoridagi kabi $\Delta_A v = 0$ bo'lishini ko'rsatish mumkin.

Teorema 2. Agar u funksiya biror $r > 0$ uchun

$$L = L(a, r) = \left\{ z \in \mathbb{C} : |z - a + \int_{\gamma(a, z)} \bar{A}(w) dw| < r \right\} \in D$$

lemniskatada $A(z)$ -garmonik funksiya bo'lsa u holda shunday $f \in O_A(L)$ funksiya topiladiki $u(z) = \operatorname{Re} f(z)$ o'rinli bo'ladi.

Isboti. Ushbu d_A^c differensial operatorni ko'raylik:

$$d_A^c u = -\frac{i}{1 - |A|^2} \left[\left((1 + |A|^2) \frac{\partial u}{\partial z} - 2\bar{A} \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} \right) dz - \left((1 + |A|^2) \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} - 2A \frac{\partial u}{\partial z} \right) d\bar{z} \right] \quad (2)$$

U holda

$$dd_A^c u = -i \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{1 - |A|^2} \left[(1 + |A|^2) \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} - 2A \frac{\partial u}{\partial z} \right] \right] + \\ + i \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left[\frac{1}{1 - |A|^2} \left[(1 + |A|^2) \frac{\partial u}{\partial z} - 2\bar{A} \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} \right] \right] dz \wedge d\bar{z} = -i \Delta_A u dz \wedge d\bar{z} = 2 \Delta_A u dV.$$

$$\Delta_A u dV = -\frac{i}{2} \Delta_A u dz \wedge d\bar{z} = \frac{1}{2} dd_A^c u. \quad (3)$$

u funksiya $A(z)$ -garmonik bo'lgani uchun (3) tenglikka ko'ra $dd_A^c u$ differensial forma yopiq bo'ladi. $z \in L$ uchun

$$\int_a^z d_A^c u$$

integralni qiymati integrallash yo'liga bog'liq emas. Chunki ikkita gomotop $\gamma_1(a, z)$ va $\gamma_2(z, a)$ yo'llarni ko'rsak va $\partial G = \gamma = \gamma_1(a, z) \cup \gamma_2(z, a)$ belgilasak, Stoks formulasiga ko'ra

$$\int_{\gamma_1(a, z)} d_A^c u - \int_{\gamma_2(z, a)} d_A^c u = \oint_{\gamma} d_A^c u = \iint_G dd_A^c u = -2 \iint_G \Delta_A u dV = 0$$

bo'lib integrallarni qiymati teng bo'ladi.

Endi

$$v(z) = \int_a^z d_A^c u$$

funksiyani qaraymiz. Bu funksiya argumentiga $z = x + iy$ almashtirish kiritsak,

$$\begin{aligned} v(z) &= \int_a^z \left(\frac{1}{1-|A|^2} \left[(1+|A|^2) \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} - 2A \frac{\partial u}{\partial z} \right] + \frac{1}{1-|A|^2} \left[(1+|A|^2) \frac{\partial u}{\partial z} - 2\bar{A} \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} \right] \right) dx + \\ &+ i \int_a^z \left(\frac{1}{1-|A|^2} \left[(1+|A|^2) \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} - 2A \frac{\partial u}{\partial z} \right] - \frac{1}{1-|A|^2} \left[(1+|A|^2) \frac{\partial u}{\partial z} - 2\bar{A} \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} \right] \right) dy = \\ &= \int_a^z \left(\frac{1}{1-|A|^2} \left[(1+|A|^2) \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} - 2A \frac{\partial u}{\partial z} \right] + \frac{1}{1-|A|^2} \left[(1+|A|^2) \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} - 2A \frac{\partial u}{\partial z} \right] \right) dx + \\ &+ i \int_a^z \left(\frac{1}{1-|A|^2} \left[(1+|A|^2) \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} - 2A \frac{\partial u}{\partial z} \right] - \frac{1}{1-|A|^2} \left[(1+|A|^2) \frac{\partial u}{\partial z} - 2\bar{A} \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} \right] \right) dy = \\ &= 2 \int_a^z \operatorname{Re} \left(\frac{1}{1-|A|^2} \left[(1+|A|^2) \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} - 2A \frac{\partial u}{\partial z} \right] \right) dx + 2 \int_a^z \operatorname{Im} \left(\frac{1}{1-|A|^2} \left[(1+|A|^2) \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} - 2A \frac{\partial u}{\partial z} \right] \right) dy \end{aligned}$$

ko'rinishiga kelib, funksiyaning qiymatlari haqiqiy ekanligi kelib chiqdi. Shuningdek

$$\frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{i}{1-|A|^2} \left[(1+|A|^2) \frac{\partial u}{\partial z} - 2\bar{A} \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} \right]$$

$$\frac{\partial v}{\partial \bar{z}} = \frac{i}{1-|A|^2} \left[(1+|A|^2) \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} - 2A \frac{\partial u}{\partial z} \right]$$

tengliklar o'rinli bo'lib, $f(z) = u(z) + iv(z)$ funksiyaning qursak barcha $z \in D$ uchun

$$D_A f = \frac{\partial f}{\partial \bar{z}} - A \frac{\partial f}{\partial z} = \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} + i \frac{\partial v}{\partial \bar{z}} - A \left(\frac{\partial u}{\partial z} + i \frac{\partial v}{\partial z} \right) = 0$$

tenglikni qanoatlantiradi. Demak $f \in O_A(L)$.

Natija. D sohada $A(z)$ — cheksiz marta differentsiallanuvchi bo'ladi.

Lemma. $u, v \in C^1(D)$ funksiyalar uchun quyidagi tenglik o'rinli:

$$d_A^c u \wedge dv = d_A^c v \wedge du.$$

Ta'rif. Agar barcha $\varphi \in F(D)$ finit test funksiya uchun

$$\Delta_A u(\varphi) = u(\Delta_A \varphi) = \int_D u \Delta_A \varphi dV = 0 \quad (4)$$

tenglik bajarilsa, u holda $u \in L_{loc}^1(D)$ funksiya D sohada umumlashgan ma'noda $A(z)$ -garmonik funksiya deyiladi.

Agar u funksiya D sohada $A(z)$ -garmonik funksiya bo'lsa u holda (4) tenglik, lemma hamda Stoks formulasiga ko'ra

$$\Delta_A u(\varphi) = \int_D \Delta_A u \varphi dV = -\frac{1}{2} \int_D dd_A^c u \varphi = -\frac{1}{2} \int_D d(d_A^c u \varphi) + \frac{1}{2} \int_D d_A^c u \wedge d\varphi =$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \int_D d_A^c \varphi \wedge du = -\frac{1}{2} \int_D du \wedge d_A^c \varphi = -\frac{1}{2} \int_D d(u \wedge d_A^c \varphi) + \frac{1}{2} \int_D u d d_A^c \varphi = \\
 &= \frac{1}{2} \int_D u d d_A^c \varphi = \frac{1}{2} \int_D u \Delta_A \varphi dV
 \end{aligned}$$

tengliklar o'rinli bo'lib, bu tenglikdan $A(z)$ -garmonik funksiya umumlashgan ma'noda ham $A(z)$ -garmonik funksiya bo'lishi kelib chiqadi.

ADABIYOTLAR

1. Sadullaev A., Jabborov N. M. On a class of A -analytic functions. Journal of Siberian Federal University, Mathematics & Physics, 2016, V.9, №3, P.374-383.
2. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1973. – 749 с.
3. Бухгейм А. Л., Казанцев С. Г. Эллиптические системы типа Бельтрами и задачи томографии. Докл. АН СССР, 1990, Т. 315, №1, С.15-19.
4. Жабборов Н. М., Имомназаров Х. Х. Некоторые начально-краевые задачи механики двухскоростных сред. Ташкент: Изд-во НУУз, 2012. – 212 с.
5. Шабат Б. В. Введение в комплексный анализ. Том 1. М.: Наука, 1985. – 336 с.

РЕЗЮМЕ

В данной статье вводится понятие $A(z)$ -гармонической функции и получены отношения между $A(z)$ -аналитическими и $A(z)$ -гармоническими функциями.

Ключевые слова: $A(z)$ -гармоническая функция, обобщенная $A(z)$ -гармоническая функция, $A(z)$ -аналитическая функция.

RESUME

In this work we define $A(z)$ -harmonic function and founded relation between $A(z)$ -analytic function with $A(z)$ -harmonic function.

Key words: $A(z)$ -harmonic function, generalized $A(z)$ -harmonic function, $A(z)$ -analytic function.