

MIRZO ULUG'BEK NOMIDAGI
O'ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI



G.XUDOYBERGANOV, B.A.SHOIMQULOV

KOMPLEKS O'ZGARUVCHILI FUNKSIYALAR NAZARIYASI

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY TA'LIM, FAN VA INNOVATSIYA VAZIRLIGI**

**MIRZO ULUG'BEK NOMIDAGI
O'ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI**

G.XUDOYBERGANOV, B.A.SHOIMQULOV

**KOMPLEKS O'ZGARUVCHILI
FUNKSIYALAR NAZARIYASI**

O'QUV QO'LLANMA

**Toshkent
"Ma'rifat"
2024**

UO'K: 517.53/.54(075.8)

KBK: 22.11ya73

X 87

**Xudoyberganov G., Shoimqulov B.A. Kompleks o'zgaruvchili
funksiyalar nazariyasi. O'quv qo'llanma. –T.: "Ma'rifat", 2024. 224 bet.**

O'quv qo'llanma universitetlarning "Matematika" va "Mexanika va matematik modellashtirish" yo'nalishlari bo'yicha ta'lim oluvchi hamda matematika va oliy matematika chuqur o'rganiladigan texnika oliy o'quv yurtlarida ta'lim oluvchi talabalar uchun mo'ljallangan.

UO'K: 517.53/.54(075.8)

KBK: 22.11ya73

X 87

Mas'ul muharrir:

J.Sh.Abdullayev – fizika-matematika fanlari falsafa doktori

Taqrizchilar:

Ikramov I.A. – fizika-matematika fanlari doktori, professor

Tuychiyev T.T. – fizika-matematika fanlari nomzodi, dotsent

ISBN: 978-9910-665-16-5

© "Ma'rifat" nashriyoti, Toshkent, 2024 y.

MUNDARIJA

SO'Z BOSHI	7
1 GOLOMORF FUNKSIYALAR	9
1.1 Kompleks sonlar, kompleks sonning ko'rinishlari, kompleks tekislik	9
1.1.1 Kompleks son tushunchasi	9
1.1.2 Kompleks sonning ko'rinishlari	10
1.1.3 Kompleks sonni darajaga ko'tarish va undan ildiz chiqarish	13
1.1.4 Kompleks sonlar ketma-ketligi va uning limiti	14
1.1.5 Sonli qatorlar	20
1.2 Stereografik proyeksiya, Riman sferasi, kengaytirilgan kompleks tekislik	26
1.3 Kompleks tekislikda egri chiziqlar va sohalar	30
1.3.1 Kompleks tekislikda yo'l va chiziqlar	30
1.3.2 Kompleks tekislikda ochiq va yopiq to'plamlar	31
1.4 Kompleks o'zgaruvchili funksiyalar. Funksiya limiti va uzluksizligi	38
1.4.1 Funksiya limiti	39
1.4.2 Funksiya uzluksizligi	42
1.5 Funksiyaning differensiallanuvchanligi	44
1.5.1 Yo'nalish bo'yicha hosila	51
1.6 Hosila moduli va argumentining geometrik ma'nosi. Konform akslantirishlar	53
2 ELEMENTAR FUNKSIYALAR	57
2.1 Chiziqli funksiya	57
2.2 Kasr-chiziqli funksiya va uning xossalari	59

2.2.1	Kasr-chiziqli akslantirishning xossalari	63
2.2.2	Kasr-chiziqli izomorfizm va avtomorfizmlar	69
2.3	Jukovskiy funksiyasi va uning xossalari	72
2.4	Darajali funksiya va uning xossalari	77
2.5	Ko'rsatkichli funksiya	79
2.6	Trigonometrik va giperbolik funksiyalar	82
3	GOLOMORF FUNKSIYALARNING XOSSALARI	89
3.1	Kompleks argumentli funksiyalarning integrali	89
3.2	Boshlang'ich funksiya tushunchasi. Koshi teoremasi	97
3.2.1	Koshi teoremasi	97
3.2.2	Koshi teoremasini umumlashtirish	103
3.3	Koshining integral formulasi	110
3.4	Taylor qatorlari	114
3.5	Abel teoremasi. Koshi-Adamar formulasi	120
3.6	Golomorf funksiyalarning xossalari	126
3.7	Morera teoremasi	129
3.8	Golomorf funksiyaning nollari	131
3.9	Yagonalik teoremasi	132
3.10	Veyershtrass teoremasi	134
3.11	Loran qatorlari	136
3.11.1	Loran qatorining yagonaligi	141
3.11.2	Loran va Furye qatorlari orasidagi bog'lanish haqida	144
3.12	Yakkalangan maxsus nuqtalar va ularning turlari	146
3.12.1	Maxsus nuqtalar va Loran qatori orasidagi bog'lanishlar	149
3.13	Soxotskiy teoremasi	153
3.14	Cheksiz uzoqlashgan nuqta yakkalangan maxsus nuqta bo'lgan hol	155
3.15	Butun va meromorf funksiyalar	156
4	CHEGIRMALAR NAZARIYASI VA ULARNING TATBIQLARI	159
4.1	Chegirmalar va ularni hisoblash	159

4.2	Chegirmalarning tatbiqlari	165
4.2.1	$I = \int_0^{2\pi} R(\cos \varphi, \sin \varphi) d\varphi$ ko'rinishdagi integrallarni hisoblash	165
4.2.2	$\int_{-\infty}^{+\infty} R(x) dx$ ko'rinishdagi xosmas integrallarni hisoblash . .	167
4.2.3	$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{iax} R(x) dx$ ko'rinishidagi integrallarni hisoblash	170
5	ANALITIK DAVOM ETTIRISHLAR	173
5.1	Analitik davom ettirish tushunchasi	173
5.2	Elementlar va ularni analitik davom ettirish	180
5.3	Analitik funksiya	184
5.4	Elementar funksiyalar	186
5.4.1	$w = \sqrt{z}$ analitik funksiya	186
5.4.2	$w = \sqrt{z}$ analitik funksiyaning Riman sirti	189
5.4.3	$w = \operatorname{Ln} z$ analitik funksiya	191
5.4.4	$w = \operatorname{Ln} z$ analitik funksiyaning Riman sirti	193
5.4.5	Teskari trigonometrik funksiyalar	194
5.4.6	$w = z^a$ -umumiy darajali funksiya ($a \in \mathbb{C}$)	195
6	ASOSIY GEOMETRIK PRINSIPLAR	197
6.1	Argument prinsipi. Rushe teoremasi	197
6.2	Sohaning saqlanish prinsipi	202
6.3	Modulning maksimum prinsipi. Shvarts lemmasi	203
6.4	Kompaktlik prinsipi	207
6.5	Konform izomorfizm va avtomorfizmlar	210
6.6	Simmetriya prinsipi	213