

“TASDIQLAYMAN”

O‘zbekiston Milliy universiteti

Ilmiy ishlar va innovatsiyalar

bo‘yicha prorektori

prof. Y.S.Ergashov

2024 y.



Mirzo Ulug‘bek nomidagi O‘zbekiston Milliy universiteti “Matematik analiz” kafedrasida dotsenti vazifasini bajaruvchi Eshimbetov Mardonbek Reyimboyevichning TWAS 14-022 RG/MATHS/AS_G; UNESCO FR:324028610 “Nonlinear evolution equations and transport on metric graphs arising from mesoscopic physics” mavzusidagi xorijiy ilmiy loyihasi doirasida qo‘lga kiritgan natijalari haqida

MA’LUMOTNOMA

Eshimbetov Mardonbek Reyimboyevich Mirzo Ulug‘bek nomidagi O‘zbekiston Milliy universitetida TWAS 14-022 RG/MATHS/AS_G; UNESCO FR:324028610 “Nonlinear evolution equations and transport on metric graphs arising from mesoscopic physics” mavzusidagi xorijiy ilmiy loyihasi asosida tashkil etilgan muvaqqat ilmiy jamoada 4.01.2016-yildan 31.12.2016-yilgacha a‘zo. Eshimbetov Mardonbek Reyimboyevich mazkur loyiha doirasida quyidagi ishlarni amalga oshirgan:

1. Yopiq metrik grafda Eyri tenglamasi uchun boshlang‘ich-cheharaviy masala qaralgan. Energiya integrallari usulidan foydalanib masala yechimining boshlang‘ich shart va tenglama o‘ng tomoniga uzluksiz bog‘liqligi ko‘rsatilgan va isbotlangan. Potensiallar usuli yordamida masala yechimi qurilgan;

2. Ikkita chekli va bitta yarim cheksiz bog‘lamdan iborat metrik grafda Eyri tenglamasi uchun boshlang‘ich-cheharaviy masala qaralgan. Tenglama yechimi uchun aprior baho olingan va yechim yagonaligi haqidagi teorema isbotlangan. O‘rganilayotgan masala potentsiallar usuli yordamida Volterra tipidagi integral tenglamalar sistemasiga ekvivalent integral tenglamalar sistemasiga keltirilgan. Bu integral tenglamalar sistemasining yechimi mavjudligi ko‘rsatilgan;

3. “Graflarda diskret evolyusion tenglamalar va ularning to‘lqin jarayonlarini tadqiq qilishga tadbig‘i” nomli magistrlik dissertatsiya ishi himoya qilindi.

Ushbu natijalar asosida OAK ro‘yxatidagi ilmiy jurnallarda 2 ta ilmiy maqola va 5 ta tezis chop etilgan.

**Ilmiy tadqiqotlar va innovatsiyalar
bo‘lim boshlig‘i**

N. Aliyev

Loyiha ishtirokchisi

M.Eshimbetov

Б У Й Р У Қ Д А Н К Ў Ч И Р М А

07.03.2016 № 02-557

Тошкент ш.

Штат хусусида
Механика-математика факультети

TWAS халқаро фонди томонидан молиялаштирилаётган 14-022 RG/MATHS/AS_G;
UNESCO FR: 324028610 “Nonlinear evolution equations and transport on metric graphs
arising from mesoscopic physics” (Мезоскопик физик жараёнлардаги ночизикли
эволюцион тенгламалар ва метрик графлардаги транспорт) номли хорижий илмий
лойиҳани бажариш учун 04.01.2016 йилдан 31.12.2016 йилгача қуйидаги таркибда
муваққат илмий жамоа тузилсин:

1. Собиров З.А. – Тошкент молия институти катта ўқитувчиси, МИЖ раҳбари;
2. Эшчанов Б.Х. – “Оптика, магнитооптика ва молекуляр оптика” кафедраси доценти,
илмий маслаҳатчи;
3. Хашимов А.Р. – Тошкент молия институти кафедра мудири, илмий маслаҳатчи;
4. Абдуллаев О.Х. – “Дифференциал тенгламалар ва математик физика” кафедраси
доценти, илмий маслаҳатчи;
5. Эшимбетов М.Р. – Механика-математика факультети 1-курс магистранти, аъзо;
6. Хўжақулов Ж.Р. – Механика-математика факультети 1-курс магистранти, аъзо;
7. Хушвақтов Ў. – Механика-математика факультети 1-курс магистранти, аъзо.

Муваққат илмий жамоа раҳбари этиб Собиров З.А. тайинлансин.

АСОС: Билдиришнома, аризалар, меҳнат шартномалари.

Проректор

Лойиҳа киритувчи
Кадрлар бўлими
бошлиғи

Р.А.Икрамов

А.Х.Хайтбаев

Келишилган:
Хуқуқшунос-маслаҳатчи
Г.Х.Яхъева



Кўчирма тўғри

Назоратчи

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI FANLAR AKADEMIYASI
V.I.ROMANOVKIY NOMIDAGI MATEMATIKA INSTITUTI

O'ZBEKISTON MATEMATIKA JURNALI

Jurnalga 1957 yilda asos solingan (1991 yilgacha "O'zbekiston fanlar akademiyasining axboroti. Fizika-matematika fanlari seriyasi" deb nomlangan). Yilda 4 marta chiqadi

4. 2017

УЗБЕКСКИЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

УзМЖ

Основаи в 1957 г. (до 1991 г. под названием "Известия Академии наук Узбекистана. Серия физико-математических наук"). Выходит 4 раза в год

ТАШКЕНТ - 2017

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

| | |
|------------------|------------------------------|
| Ш.А.АЮПОВ | - академик, главный редактор |
| А.АЗАМОВ | - профессор |
| Ш.А.АЛИМОВ | - академик |
| Р.АШУРОВ | - профессор |
| Р.Н.ГАНИХОДЖАЕВ | - профессор |
| Х.ДУТТА | - профессор (Индия) |
| О.ЗАИТОВ | - д.ф.-м.н. |
| Э.Т.КАРИМОВ | - к.ф.-м.н. |
| Б.А.ОМИРОВ | - профессор |
| И.РАХИМОВ | - д.ф.-м.н. (Малайзия) |
| У.А.РОЗИКОВ | - профессор |
| А.С.САДУЛЛАЕВ | - академик |
| М.С.САЛАХИТДИНОВ | - академик |
| Ф.А.СУКОЧЕВ | - профессор (Австралия) |
| Ж.А.ТАХИРОВ | - профессор |
| Ш.К.ФОРМАНОВ | - академик |
| Ю.Б.ХАКИМДЖАНОВ | - профессор (Франция) |
| А.Р.ХАЁТОВ | - д.ф.-м.н. |
| В.И.ЧИЛИН | - профессор |
| Х.М.ШАДИМЕТОВ | - профессор |
| Ю.Х.ЭШКАБИЛОВ | - д.ф.-м.н. |
| К.Ж.ХОЛЛИЕВ | - к.и.н., отв. секретарь |

Адрес редколлегии: 100125. Ташкент, Дурмон йули, 29,
Институт математики имени В.И.Романовского АПРУз,
телефон: (+99871) 262-75-44

ТАШКЕНТ - 2017

UDC 517.98

**Initial boundary value problem for the linearized kdv
equation on simple metric star graph****Akhmedov M.I., Sobirov Z.A., Eshimbetov M.R.**

Mazkur maqolada uchta chekli kesmani grafning uchi deb ataluvchi bitta nuqtada birlashtirishdan hosil bo'lgan sodda metrik grafda chiziqli Korteveg-de friz tenglamasi uchun boshlang'ich chegaraviy masala qaralgan. Masala yechimi yagonaligi energiya integrallari usulida isbotlangan. Potensiallar usulidan foydalanib masala yechimi integral formula olingan.

В данной статье мы исследовали начально - краевую задачу для линеаризованного уравнения Kortvega - Де Фриза на простом метрическом графе состоящей из трех ограниченных отрезков, соединенных в одной точке, называемой вершиной графа. Единственность решения доказана методом интегралов энергии. С помощью метода потенциалов построена интегральная формула для решения рассматриваемой задачи.

I. Introduction

In this paper, we address the linearized KdV equation on a star graph Γ with three bounded bonds connected at one point, called the vertex. The bonds are denoted by B_j , $j = 1, 2, 3$, the coordinate x_1 on B_1 is defined from -1 to 0 , and coordinates x_2 and x_3 on the bonds B_2 and B_3 are defined from 0 to b_k . On each bond we consider the linear equation:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial^3}{\partial x_j^3} \right) u_j(x_j, t) = f_j(x, t), \quad t > 0, x_j \in B_j, j = 1, 2, 3. \quad (1)$$

1. Formulation of the problems For the above star graph, we need to impose 5 BCs at the vertex point, which should also connection between the bonds and 2 BCs at the right side of B_2 and B_3 . In detail, we require:

$$u_1(0, t) = a_2 u_2(0, t) = a_3 u_3(0, t), \quad u_{1x}(0, t) = c_2 u_{2x}(0, t) + c_3 u_{3x}(0, t), \quad (2)$$

$$u_{1xx}(0, t) = \frac{1}{a_2}u_{2xx}(0, t) + \frac{1}{a_3}u_{3xx}(0, t), \quad u_1(-1, t) = \phi_1(t), \quad (3)$$

$$u_k(b_k, t) = \phi_k(t), \quad u_{kx}(b_k, t) = \delta_k(t), \quad (4)$$

for $0 < t < T$, $T = \text{const}$.

Furthermore, we assume that the functions $f_j(x, t)$, $j = 1, 2, 3$, are smooth enough and bounded. The initial conditions are given by:

$$u_j(x, 0) = 0, \quad x \in \overline{B_j}, \quad j = 1, 2, 3. \quad (5)$$

It should be noted that the above vertex conditions are not the only possible ones. The main motivation for our choice is caused by the fact that they guarantee uniqueness of the solution and, if the solutions decay (to zero) at infinity, the norm (energy) conservation.

2. Existence and uniqueness of solutions

Lemma 1. Let $\frac{1}{b_2^2} + \frac{1}{b_3^2} \leq 1$. Then the problem (1)-(5) has at most one solution.

Proof of lemma 1. Using the equation (1) one can easily get:

$$\frac{d}{dt} \int_a^b u_j^2(x, t) dx = (2u_j u_{jxx} - u_{jx}^2)|_a^b + 2 \int_a^b f_j(x, t) u_j(x, t) dx$$

for appropriate values of constants a and b on each bond. We put $\phi_0(t) \equiv 0$. Then, the above equalities and vertex conditions (2)-(5) yield

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(e^{-\varepsilon t} \|u\|^2 \right) &\leq e^{-\varepsilon t} \left(\frac{1}{\varepsilon^2} \|f\|^2 + \phi_1^2(t) \right) \\ \|u\|^2 &\leq \int_0^t e^{-\varepsilon(t-\tau)} \left(\frac{1}{\varepsilon^2} \|f(\cdot, \tau)\|^2 + \delta_1^2(\tau) + \delta_2^2(\tau) \right) d\tau, \end{aligned} \quad (6)$$

where

$$(u, v) = \int_{-1}^0 u_1 v_1 dx_1 + \int_0^{b_2} u_2 v_2 dx_2 + \int_0^{b_3} u_3 v_3 dx_3,$$

$\|u\| = \sqrt{(u, u)}$, are scalar product and norm defined on graph ε is an arbitrary positive number. Uniqueness of the solution follows from (6).

Theorem 1. Let,

$$\left((a_3 + c_3) \cdot \frac{1 - a_2^2}{a_2} + \frac{2a_2}{a_3} - c_2 a_3 \right) \neq 0,$$

$\frac{1}{b_2} + \frac{1}{b_3} \leq 1$, $\phi_0(t) \in C^2[0, T]$, $\phi_1(t) \in C^1[0, T]$. Then the problem (1)-(5) has a unique solution in $C^1([0, T], C^3(\Gamma))$.

Proof of theorem. To prove the theorem, we use the following functions are called fundamental solutions of the equation $u_t - u_{xxx} = 0$.

$$U(x, t; \xi, \eta) = \begin{cases} \frac{1}{(t-\eta)^{\frac{1}{3}}} f\left(\frac{x-\xi}{(t-\eta)^{\frac{1}{3}}}\right), & t > \eta \\ 0, & t \leq \eta \end{cases}$$

$$V(x, t; \xi, \eta) = \begin{cases} \frac{1}{(t-\eta)^{\frac{1}{3}}} \varphi\left(\frac{x-\xi}{(t-\eta)^{\frac{1}{3}}}\right), & t > \eta \\ 0, & t \leq \eta \end{cases}$$

where $f(x) = \frac{\pi}{\sqrt[3]{3}} Ai\left(-\frac{x}{\sqrt[3]{3}}\right)$, $\varphi(x) = \frac{\pi}{\sqrt[3]{3}} Bi\left(-\frac{x}{\sqrt[3]{3}}\right)$ for $x \geq 0$, $\varphi(x) = 0$ for $x < 0$ and $Ai(x)$ and $Bi(x)$ are the Airy functions. The functions $f(x)$ and $\varphi(x)$ are integrable and $\int_{-\infty}^0 f(x)dx = \frac{\pi}{3}$, $\int_0^{+\infty} f(x)dx = \frac{2\pi}{3}$, $\int_0^{+\infty} \varphi(x)dx = 0$.

Below, we also use fractional integrals [8]:

$$J_{(0,t)}^\alpha f(t) := \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t (t-\tau)^{\alpha-1} f(\tau) d\tau, \quad 0 < \alpha < 1$$

and the inverse of this operator, i.e., the Riemann-Liouville fractional derivatives [8, 9] defined by:

$$D_{(0,t)}^\alpha f(t) := \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{d}{dt} \int_0^t (t-\tau)^{-\alpha} f(\tau) d\tau, \quad 0 < \alpha < 1.$$

We look for solution in the form:

$$\begin{aligned}
 u_1(x, t) &= \int_0^t U(x, t; 0, \eta) \varphi_1(\eta) d\eta + \int_0^t V(x, t; 0, \eta) \psi_1(\eta) d\eta + \\
 &\quad + \int_0^t U(x, t; -1, \eta) \alpha_1(\eta) d\eta + F_1(x, t) \\
 u_k(x, t) &= \int_0^t U(x, t; 0, \eta) \varphi_k(\eta) d\eta + \int_0^t V(x, t; b_k, \eta) \alpha_k(\eta) d\eta + \\
 &\quad + \int_0^t U(x, t; b_k, \eta) \beta_k(\eta) d\eta + F_k(x, t)
 \end{aligned}$$

where

$$F_k(x, t) = \frac{1}{\pi} \int_0^t \int_{B_k} U(x, t; \xi, \eta) f_k(\xi, \eta) d\xi d\eta, \quad k = 1, 2, 3. \quad (7)$$

Satisfying the conditions (2) we have:

$$\begin{aligned}
 &\int_0^t \frac{1}{(t-\eta)^{\frac{1}{3}}} (f(0) \varphi_1(\eta) + \varphi(0) \psi_1(\eta) + f \left(\frac{1}{(t-\eta)^{\frac{1}{3}}} \right) \alpha_1(\eta) - a_2 f(0) \varphi_2(\eta) - \\
 &- a_2 \varphi \left(-\frac{b_2}{(t-\eta)^{\frac{1}{3}}} \right) \alpha_2(\eta) - f \left(-\frac{b_2}{(t-\eta)^{\frac{1}{3}}} \right) \beta_2(\eta)) d\eta = a_2 F_2(0, t) - F_1(0, t).
 \end{aligned}$$

From here, according to properties of fractional derivatives, one can get

$$\begin{aligned}
 &f(0) \varphi_1(t) + \varphi(0) \psi_1(t) - a_2 f(0) \varphi_2(t) + \\
 &+ \frac{1}{\Gamma\left(\frac{2}{3}\right)} D_{(0,t)}^{\frac{2}{3}} \int_0^t \frac{1}{(t-\eta)^{\frac{1}{3}}} \left(f \left(\frac{1}{(t-\eta)^{\frac{1}{3}}} \right) \alpha_1(\eta) - \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -a_2\varphi\left(-\frac{b_2}{(t-\eta)^{\frac{1}{3}}}\right)\alpha_2(\eta) - a_2f\left(-\frac{b_2}{(t-\eta)^{\frac{1}{3}}}\right)\beta_2(\eta)d\eta = \\
 & = \frac{1}{\Gamma\left(\frac{2}{3}\right)}D_{(0,t)}^{\frac{2}{3}}[a_2F_2(0,t) - F_1(0,t)], \tag{8}
 \end{aligned}$$

Analogously, from the second part of this condition we get $f(0)\varphi_1(t) + \varphi(0)\psi_1(t) - a_3f(0)\varphi_3(t) + \frac{1}{\Gamma\left(\frac{2}{3}\right)}D_{(0,t)}^{\frac{2}{3}}\int_0^t\frac{1}{(t-\eta)^{\frac{1}{3}}}(f\left(\frac{1}{(t-\eta)^{\frac{1}{3}}}\right)\alpha_1(\eta) -$

$$\begin{aligned}
 & -a_3\varphi\left(-\frac{b_3}{(t-\eta)^{\frac{1}{3}}}\right)\alpha_3(\eta) - a_3f\left(-\frac{b_3}{(t-\eta)^{\frac{1}{3}}}\right)\beta_3(\eta)d\eta = \\
 & = \frac{1}{\Gamma\left(\frac{2}{3}\right)}D_{(0,t)}^{\frac{2}{3}}[a_3F_3(0,t) - F_1(0,t)], \tag{9}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & f'(0)\varphi_1(t) + \varphi'(0)\psi_1(t) - c_2f'(0)\varphi_2(t) - c_3f'(0)\varphi_3(t) + \\
 & + \frac{1}{\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)}D_{(0,t)}^{\frac{1}{3}}\int_0^t\frac{1}{(t-\eta)^{\frac{2}{3}}}f'\left(\frac{1}{(t-\eta)^{\frac{1}{3}}}\right)\alpha_1(\eta)d\eta - \\
 & -c_2\frac{1}{\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)}D_{(0,t)}^{\frac{1}{3}}\int_0^t\frac{1}{(t-\eta)^{\frac{2}{3}}}\varphi'\left(-\frac{b_2}{(t-\eta)^{\frac{1}{3}}}\right)\alpha_2(\eta)d\eta - \\
 & -c_2\frac{1}{\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)}D_{(0,t)}^{\frac{1}{3}}\int_0^t\frac{1}{(t-\eta)^{\frac{2}{3}}}f'\left(-\frac{b_2}{(t-\eta)^{\frac{1}{3}}}\right)\beta_2(\eta)d\eta - \\
 & -c_3\frac{1}{\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)}D_{(0,t)}^{\frac{1}{3}}\int_0^t\frac{1}{(t-\eta)^{\frac{2}{3}}}\varphi'\left(-\frac{b_3}{(t-\eta)^{\frac{1}{3}}}\right)\alpha_3(\eta)d\eta - \\
 & -c_3\frac{1}{\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)}D_{(0,t)}^{\frac{1}{3}}\int_0^t\frac{1}{(t-\eta)^{\frac{2}{3}}}f'\left(-\frac{b_3}{(t-\eta)^{\frac{1}{3}}}\right)\beta_3(\eta)d\eta = \\
 & = \frac{1}{\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)}D_{(0,t)}^{\frac{1}{3}}[c_3F_{3x}(0,t) + c_2F_{2x}(0,t) - F_{1x}(0,t)], \tag{10}
 \end{aligned}$$

According to the vertex condition $u_{1xx}(0,t) = \frac{1}{a_2}u_{2xx}(0,t) + \frac{1}{a_3}u_{3xx}(0,t)$ we

obtain

$$\begin{aligned}
& -\frac{2\pi}{3} \cdot \varphi_1(t) + \frac{1}{a_2} \cdot \frac{2\pi}{3} \cdot \varphi_2(t) + \frac{1}{a_3} \cdot \frac{2\pi}{3} \cdot \varphi_3(t) + \\
& + \int_0^t \frac{1}{t-\eta} \left[f'' \left(-\frac{1}{(t-\eta)^{\frac{1}{3}}} \right) \alpha_1(\eta) - \frac{1}{a_2} \cdot f'' \left(-\frac{1}{(t-\eta)^{\frac{1}{3}}} \right) \beta_2(\eta) - \right. \\
& \left. - \frac{1}{a_3} \cdot f'' \left(-\frac{1}{(t-\eta)^{\frac{1}{3}}} \right) \beta_3(\eta) \right] d\eta + \int_0^t \frac{1}{t-\eta} \left[-\frac{1}{a_2} \cdot \varphi'' \left(-\frac{1}{(t-\eta)^{\frac{1}{3}}} \right) \alpha_2(\eta) - \right. \\
& \left. - \frac{1}{a_3} \cdot \varphi'' \left(-\frac{1}{(t-\eta)^{\frac{1}{3}}} \right) \alpha_3(\eta) \right] d\eta = \\
& = \frac{1}{a_3} F_{3xx}(0, t) + \frac{1}{a_2} F_{2xx}(0, t) - F_{1xx}(0, t), \tag{11}
\end{aligned}$$

From the boundary conditions (4) we get

$$\begin{aligned}
& \varphi(0)\alpha_2(t) + f(0)\beta_2(t) + \frac{1}{\Gamma\left(\frac{2}{3}\right)} D_{(0,t)}^{\frac{2}{3}} \int_0^t \frac{1}{(t-\eta)^{\frac{1}{3}}} f \left(\frac{b_2}{(t-\eta)^{\frac{1}{3}}} \right) \varphi_2(\eta) d\eta = \\
& = \frac{1}{\Gamma\left(\frac{2}{3}\right)} D_{(0,t)}^{\frac{2}{3}} [\phi_2(t) - F_2(b_2, t)], \tag{12}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \varphi(0)\alpha_3(t) + f(0)\beta_3(t) + \frac{1}{\Gamma\left(\frac{2}{3}\right)} D_{(0,t)}^{\frac{2}{3}} \int_0^t \frac{1}{(t-\eta)^{\frac{1}{3}}} f \left(\frac{b_3}{(t-\eta)^{\frac{1}{3}}} \right) \varphi_3(\eta) d\eta = \\
& = \frac{1}{\Gamma\left(\frac{2}{3}\right)} D_{(0,t)}^{\frac{2}{3}} [\phi_3(t) - F_3(b_3, t)], \tag{13}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \varphi'(0)\alpha_2(t) + f'(0)\beta_2(t) + \frac{1}{\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)} D_{(0,t)}^{\frac{1}{3}} \int_0^t \frac{1}{(t-\eta)^{\frac{2}{3}}} f' \left(\frac{b_2}{(t-\eta)^{\frac{1}{3}}} \right) \varphi_2(\eta) d\eta = \\
& = \frac{1}{\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)} D_{(0,t)}^{\frac{1}{3}} [\psi_2(t) - F_2(b_2, t)], \tag{14}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \varphi'(0)\alpha_3(t) + f'(0)\beta_3(t) + \frac{1}{\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)} D_{(0,t)}^{\frac{1}{3}} \int_0^t \frac{1}{(t-\eta)^{\frac{2}{3}}} f' \left(\frac{b_3}{(t-\eta)^{\frac{1}{3}}} \right) \varphi_3(\eta) d\eta =
\end{aligned}$$

$$= \frac{1}{\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)} D_{(0,t)}^{\frac{1}{3}} [\psi_3(t) - F_3(b_3, t)], \tag{15}$$

We obtained the system of integral equations (8)-(15) with respect to unknowns $\Phi(t) = (\varphi_1(t), \psi_1(t), \varphi_2(t), \varphi_3(t), \alpha_1(t), \alpha_2(t), \beta_2(t), \alpha_3(t), \beta_3(t))^T$.

The matrix A

$$A = \begin{pmatrix} f(0) & -a_2 f(0) & 0 & \varphi(0) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ f(0) & 0 & -a_3 f(0) & \varphi(0) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ f'(0) & -c_2 f'(0) & -c_3 f'(0) & \varphi'(0) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{2\pi}{3} & \frac{2\pi}{3a_2} & \frac{2\pi}{3a_3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f(0) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f(0) & 0 & \varphi(0) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f(0) & 0 & \varphi(0) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f'(0) & 0 & \varphi'(0) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f'(0) & 0 & \varphi'(0) \end{pmatrix}$$

of the coefficients of these unknowns on the off integral part of the system has a determinant

$$\det A = \frac{\pi^6}{729} \cdot \frac{1}{\Gamma^2\left(\frac{2}{3}\right)} \cdot \left((a_3 + c_3) \cdot \frac{1 - a_2^2}{a_2} + \frac{2a_2}{a_3} - c_2 a_3 \right)$$

Under conditions of the theorem this determinant is not singular. According to the asymptotes of Airy functions the kernels of the integral operators are integrable. Hence, it follows from the uniqueness theorem and Fredholm alternatives that the system of equations has a unique solution. This the solvability of the problem is proved.

Acknowledgments This work is partly supported by a grant of the Volkswagen Stiftung. The research of M.R.Eshimbetov supported by the TWAS grant ref. 14-022 RG/MATHS/AS_G.

References

1. S.Abdinazarov. The general boundary value problem for the third order equation with multiple characteristics (in Russian). Differential Equations, 1881, 3(1). Pp. 3-12.
2. J.L.Bona and A.S.Fokas. Initial-boundary-value problems for linear and integrable nonlinear dispersive partial differential equations. Nonlinearity, 2008. 21. Pp. 195-203.
3. L.Cattabriga. Unproblema al contorno per una equazione parabolica di ordine dispari. Annalidella Scuola Normale Superiore di Pisa a mat. Serie III. 13(2), 1959.

4. J.E.Coliander, C.E.Kenig. The generalized Korteweg-de Vries equation on the half line. *Commun. Partial Differ. Equations*, 2002. 27(11-12). Pp. 2187-2266.
5. T.D.Djuraev. Boundary value problems for mixed and mixed-composite type equations. (in Russian). Fan Tashkent, 1979.
6. A.V.Faminskii, N.A.Larkin Initial-boundary value problems for quasi linear dispersive equations posed on a bounded interval. *Electron. J. Differ. Equ.*, 2010. 2010(20).
7. A.S.Fokas and L.Y.Sung. Initial boundary value problems for linear dispersive evolution equations on the half line. Technical report of Industrial Mathematics Institute at the University of South Carolina, 1999.
8. M.Rahimy. Applications of fractional differential equations. *Applied Mathematical Sciences*. 2010, 4(50). Pp. 2453-2461.
9. R.Gorenflo, F.Mainard. Fractional calculus: Integral and differential equations of fractional order. arXiv:0805.3823v1, 2008.
10. E.Taflin. Analytic linearization of the Korteweg-De Vries equation. *Pacific Journal of Mathematics*. 1983. 108(1).
11. V.Belashov, S.Vladimirov. Solitary waves in dispersive complex media: theory, simulation, application. Springer. 2005.
12. G.B.Whithan. Linear and nonlinear waves. Pure and Applied Mathematics. Wiley-Interscience. 1974.
13. Z.A.Sobirov, H.Uecker, M.Akhmedov. Exact solutions of the Cauchy problem for the linearized KdV equation on metric star graphs. *Uz. Math. J.* 2015. 3.
14. A.R.Khashimov. Some properties of the fundamental solutions of non-stationary third order composite type equation in multidimensional domains. *Journal of Nonlinear Evolution Equations and Applications*. January 2013. 2013(1). Pp. 1-9.
15. A.R.Khashimov, S.Yakubov. On some properties of Cauchy problem for non-stationary third order composite type equation. *Ufa Mathematical Journal*. 2014 6(4). Pp. 135-144.
16. Z.A.Sobirov, M.I.Akhmedov, H.Uecker. Cauchy problem for the linearized KdV equation on general metric star graphs. *Nanosystems: Physics, Chemistry, Mathematics*, 2015, 6(1). Pp. 198-204.
17. Z.A.Sobirov, M.I.Akhmedov, O.V.Karpova, B.Jabbarova. Linearized KdV equation on a metric graph. *Nanosystems: Physics, Chemistry, Mathematics*, 2015, 6(6). Pp. 757-761.

Tashkent Financial Institute. Tashkent. Uzbekistan

Содержание

| | |
|---|-----|
| Abdullaev O.Kh., Khujakulov J.R. <i>On a problem for the time-fractional diffusion equation on a metric graphs</i> | 3 |
| Akhmedov M.I., Sobirov Z.A., Eshimbetov M.R. <i>Initial boundary value problem for the linearized kdv equation on simple metric star graph</i> | 13 |
| Аюпов Ш.А., Жураев Т.Ф. <i>Функториальные значения пространств при действии некоторых ковариантных функторов вероятностных мер на категории $Comp$</i> | 21 |
| Dilbabek G., Sadibekov M., Sarpigina M. <i>On Volterra Property of the Frankl Type Problem for an Parabolic-Hyperbolic Equation</i> | 32 |
| Жумоев Б.Э. <i>Задача типа задачи Бицадзе-Самарского для уравнения параболо-гиперболического типа второго рода, вырождающегося на границе и внутри области</i> | 40 |
| Исломов Б. И., Усмонов Б. З. <i>Аналог задачи Геллерстедта для одного класса уравнения третьего порядка эллипτικο-гиперболического типа</i> | 51 |
| Каримов К.Т. <i>Краевая задача для эллиптического уравнения с тремя сингулярными коэффициентами в трехмерном пространстве</i> ... | 58 |
| Кожанов А.И. <i>Интегро-дифференциальные уравнения Фредгольма второго рода с вырождением</i> | 67 |
| Мадрахимова З.С. <i>О существовании решения задачи Геллерстедта для уравнения с вырождением типа и порядка</i> | 74 |
| Маматов А.Р. <i>О решении линейной максиминной задачи управления с подвижными краевыми условиями</i> | 83 |
| Мирсабуров М., Чориева С.Т. <i>Задача с аналогом условия Франкля на характеристике для уравнения Геллерстедта</i> | 94 |
| Очилова Н. К. <i>Об исследовании нелокальной краевой задачи для вырождающегося уравнения смешанного типа</i> | 103 |
| Паровик Р.И. <i>Существование и единственность задачи Коши для фрактального нелинейного уравнения осциллятора</i> | 110 |
| Псху А.В. <i>Фундаментальное решение уравнения третьего порядка с дробной производной</i> | 119 |
| Сабитов К.Б., Сидоров С.Н. <i>Обратные задачи для параболо-гиперболического уравнения с вырождающейся гиперболической частью по нахождению правых частей, зависящих от времени</i> | 128 |

| | |
|--|-----|
| Salakhitdinov M.S., Karimov E.T. <i>Direct and inverse source problems for two-term time-fractional diffusion equation with Hilfer derivative</i> | 140 |
| Сатторов А.М., Халкулова Х.А. <i>Описание разрешимых алгебр - Лейбница с пятимерным квази-филиформным левым нильрадикалом максимальной длины</i> | 150 |
| Уринов А.К., Каримов Ш.Т. <i>Задача Коши для неоднородного итерированного уравнения гиперболического типа с оператором Бесселя</i> | 160 |
| Хашимов А.Р. <i>Энергетические оценки для решений краевых задач уравнения третьего порядка с кратными характеристиками</i> | 168 |
| Chilin V.I., Karimov A.K <i>Non-commutative vector valued symmetric spaces</i> | 178 |
| Шадиметов Х.М., Эшниезов Ж.Ж. <i>О задаче оптимальной интерполирования функций</i> | 189 |
| Исломов Бозор Исломович <i>к 60-летию со дня рождения</i> | 194 |

Mundarija

| | |
|---|-----|
| Abdullaev O.Kh., Khujakulov J.R. Sodda metrik graflarda Kaputo operatori qatnashgan vaqt bo'yicha kasr tartibli issiqlik tenglamasi uchun bir masala haqida | 3 |
| Akhmedov M.I., Sobirov Z.A., Eshimbetov M.R. Intial boundary value problem for the linearized kdv equation on simple metric star graph | 13 |
| Ayupov Sh.A., Jurayev T.F. Comp- kategoriyasida harakatlanayotgan ba'zi kovariant extimol o'lchov funktoirlarining fazolardagi funktoiral qiymatlari | 21 |
| Dilbabek G., Sadibekov M., Sarpigina M. Parabolik-giperbolik tenglama uchun Frankl tipidagi masalaning Volterralik xossasi | 32 |
| Jumoyev B. Soha ichida va chegarasida buziladigan parabolik-giperbolik tipdagi tenglamalar uchun Bisadze-samarskiy tipidagi masala | 40 |
| Islomov B.I, Usmonov B.Z. Uchinchi tartibli elliptik-giperbolik tipdagi tenglamalarning bir sinfi uchun Gellerstedt masalasi analogi | 51 |
| Karimov K.T. Uchta singulyar koeffitsiyentli elliptik tenglama uchun fazoda chegaraviy masala | 58 |
| Kojanov A.I. Buziladigan Fredgolm ikkinchi tur integral-differensial tenglamalar | 67 |
| Madraximova Z.S. Tipi va tartibi buziladigan tenglama uchun Gellerstedt masalasi yechimi mavjudligi haqida. | 74 |
| Mamatov A.R. Boshqarishning chegaralari qo'zg'aluvchan chiziqli maksimum masalasi | 83 |
| Mirsoburov M, Choriyeva S.T. Gellerstedt tenglamasi uchun xarakteristikada Frankl sharti analogi bo'lgan masala. | 94 |
| Ochilova N.K. Aralash tipdagi buziladigan tenglama uchun nolakal masala tadqiqi haqida. | 103 |
| Parovik R.I. Nochiziqli kasr tartibli assilyator tenglamasi uchun Koshi masalasi yechimi mavjudligi va yagonaligi | 110 |
| Psxu A.V. Kasr tartibli hosila qatnashgan uchinchi tartibli tenglamaning fundamental yechimi | 119 |
| Sabitov k.B., Sidirov S.N Giperbolik qismida buzilishga ega bo'lgan parabolik-giperbolik tenglama uchun vaqtga bog'lik bo'lgan o'ng tomonni topishga oid teskari masalalar | 128 |

| | |
|--|-----|
| Saloxitdinov M.S., Karimov E.T. <i>Ikki hadli kasr tartibli vaqt bo'yicha hasila Hilfer hosilasi qatnashgan tenglamalar uchun to'g'ri va teskari masalalar</i> | 140 |
| Sattorov A.M., Xalqulova X.A. <i>Nilradikali besh o'lchamli maksimal uzunlikdagi kvazi-filiform Li algebrasi bo'lgan yechimli Leybniz algebralarining tasnifi</i> | 150 |
| Urinov A.K., Karimov Sh.T. <i>Bessel operatori qatnashgan iteratsiyalangan giperbolik tipdagi tenglama uchun Koshi masalasi</i> | 160 |
| Xashimov A.R. <i>Karrali xarakteristikali uchinchi tartibli tenglama uchun chegaraviy masala yechimining energetik bahosi</i> | 168 |
| Chilin V.I., Karimov A.K. <i>Non-commutative vector valued symmetric spaces</i> | 178 |
| Shadimetov Kh.M., Eshniyozov J.J. <i>Funksiyalar optimal interpolatsiyasi haqida masala</i> | 189 |
| Islomov Bozor Islomovich <i>к 60-летию со дня рождения</i> | 194 |

Компьютерная верстка: к.ф.-м.н. *Ф.А.Нуралиев*

Журнал зарегистрирован Агентством по печати и информации
Республики Узбекистан 22 декабря 2006 г. Регистр. №0044.

Сдано в набор 01.11.2017 г. Подписано к печати 04.12.2017 г.
Формат 60×84 1/16. Гарнитура литературная. Печать офсетная.
Усл.-печ.л. 11,0. Тираж 120 Заказ №

Институт математики имени В.И.Романовского АНРУз
Узбекистана им. М.Улугбека: 100125,
Ташкент, Академгородок, ул. Дурмон йули, 29.

Отпечатано в ООО "NISO POLIGRAF".
Ташкентский вилоят, Урта Чирчикский туман,
ССГ "Ок-Ота" улица Марказ-1