



5
2023

FIZIKA, MATEMATIKA *va* INFORMATIKA

ILMIY-USLUBIY JURNAL

2001-yildan chiqa boshlagan

Toshkent – 2023

- Bosh muharrir** – Xolboy IBRAIMOV pedagogika fanlari
doktori, professor
- Muharrir** – Bakhshillo Amrillayevich OLIMOV f.-m.f.n.,
v.v.b., professor
- Mas’ul kotib** – Riskeldi Musamatovich Turgunbayev f.-m.f.n.,
professor



TAHRIR HAY’ATI A’ZOLARI

IBRAIMOV Xolboy
AYUPOV Shavkat Abdullayevich
OLIMOV Bakhshillo Amrillayevich
AKMALOV Abbas Akromovich
KUVANDIKOV Oblokul
IBRAGIMOV Berdimurot
MUXAMEDYAROV Kamildjan Sadikovich
MAKHMUDOV Yusup Ganiyevich
TURGUNBAYEV Riskeldi Musamatovich
KALANDAROV Ergash Kilichovich
MUSURMONOV Raxmatilla
MAXMUDOV Abdulxalim Xamidovich
MAMARAJABOV Mirsalim Elmirzayevich
MAMATKARIMOV Kamoliddin Ziyodulla o‘g‘li

Muassis:
T.N.Qori Niyoziy nomidagi O‘zbekiston Pedagogika fanlari
ilmiy tadqiqot instituti
71 256 53 57



MATEMATIKA JOZIBASI

QOLDIQLAR YORDAMIDA DIOFANT TENGLAMALARINING BA'ZI SINFLARI UCHUN BUTUN YECHIMLARINI TOPISH

R.I.Eshimbetov, Qoraqalpog'iston Respublikasi, Ellikqal'a tumani,
2-sonli umumiy o'rta ta'lim maktabi oliy toifali o'qituvchisi

M.R.Eshimbetov, Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zMU, matematika
fakulteti, Matematik analiz kafedrasida katta o'qituvchisi, f.-m.f.f.d. (PhD)

J.R.Eshimbetov, Gumanitar Fanlar universiteti, Amaliy va
gumanitar fanlar kafedrasida o'qituvchisi

Ushbu maqolada, Matematika Olimpiadasida uchraydigan Diofant tenglamalarining ba'zi masalalarini yechish qonuniyatlari o'rganilgan. Bundan tashqari, ba'zi misollarning yechimlari ko'rsatilgan.

Tayanch so'zlar: Formula, tenglik, ayniyat, qonuniyat.

В данной статье исследуются законы решения некоторых задач диофантова уравнения, встречающихся на Математической олимпиаде. Кроме того, показаны решения некоторых примеров.

Ключевые слова: формула, равенство, тождество, закономерность.

In this paper explores the laws for solving some of the problems of Diophant equations encountered in the Mathematical Olympiad. Besides, the solutions of some examples are also shown.

Keywords: the formula, equality, identities, law.

Tenglamaning butun yechimlarini topish masalasi Diofant tenglamalari deb yuritiladi. Shunday tenglamalardan $x^2 + y^2 = n$, $x^3 + y^3 = n$ va $x^4 + y^4 = n$ sinflarini ko'rib chiqamiz, bu yerda $n \in \mathbb{N}$. Bunday tipdagi tenglamalarning butun yechimlarini topish



kabi nostandart masalalar matematika fani bo'yicha olimpiadalarida o'quvchilarga misol o'rnida berib kelinadi [1]-[2].

Ushbu, $x^2 + y^2 = n, n \in \mathbb{N}$ tenglamaning butun yechimlarini topish uchun quyidagi tasdiqlardan foydalanish mumkin. Ravshanki, bu tenglamaning butun yechimlari $x, y \in [-p, p]$ kesmaga tegishli bo'ladi, bu yerda $p = \lfloor \sqrt{n} \rfloor$.

1-tasdiq. Agar $x^2 + y^2 = n, n \in \mathbb{N}$ tenglama $(m; k)$ natural yechimga ega bo'lsa, $(k; m)$ simmetrik juftlik ham tenglamaning natural yechimi bo'ladi, chunki

$$x^2 + y^2 = m^2 + k^2 = k^2 + m^2 = n.$$

2-tasdiq. Agar (k, m) juftlik $x^2 + y^2 = n, n \in \mathbb{N}$ tenglamaning natural yechimi bo'lsa, u holda $(k; \pm m), (\pm k; m), (\pm m; k), (m; \pm k)$ 8 ta juftliklar ham tenglamaning butun yechimlari bo'ladi [3].

Bunga yechimlarni tekshirish orqali ishonch hosil qilish mumkin.

1-masala. $x^2 + y^2 = 2000$ tenglamaning butun yechimlarini toping.

Yechish. $x^2 + y^2 = 2000$ tenglamaning natural yechimlari bo'lsa, ularni topamiz. $x > y$ deb, $2000 = 5 \cdot 400 = 20^2 \cdot 5$ ekanligini e'tiborga olib, $x = 20k, y = 20m$ desak, $k^2 + m^2 = 5$ va $k > m$ bo'ladi. k^2 soni $\{1; 4\}$ bo'lishi mumkin. U holda m^2 mos ravishda $\{4; 1\}$ bo'ladi. $k > m$ bo'lgani uchun $k^2 = 4$ va $m^2 = 1$. Bundan $k = 2, m = 1$. Natijada $x = 40$ va $y = 20$. Tenglamaning natural yechimlari $\{(40; 20); (20; 40)\}$.

Tenglamaning butun yechimlari esa 8 ta:

$$\{(40; \pm 20); (\pm 40; 20); (20; \pm 40); (\pm 20; 40)\}.$$

2-masala. $x^2 + y^2 = 2009$ tenglamaning butun yechimlarini toping.



Yechish. Dastlab, $x^2 + y^2 = 2009$ tenglamaning natural yechimlari bo'lsa, ularni topamiz. Aniqlik uchun, $x > y$ deb olaylik va $2009 = 41 \cdot 49 = 41 \cdot 7^2$ ekanligini e'tiborga olib, $x = 7k$ va $y = 7m$ desak, $k^2 + m^2 = 41$ bo'ladi. $x > y$ dan $k > m$ bo'lib, k^2 soni $\{1; 4; 9; 16; 25; 36\}$ bo'lishi mumkin. U holda m^2 soni mos ravishda $\{40; 37; 32; 25; 16; 5\}$ bo'ladi.

$k > m$ bo'lgani uchun $k^2 = 25$ va $m^2 = 16$. Bundan $k = 5$ va $m = 4$ bo'lib, natijada $x = 35$ va $y = 28$ bo'ladi.

Demak, tenglamaning natural yechimlari $\{(35; 28); (28; 35)\}$ bo'lib, tenglamaning butun yechimlari esa $\{(\pm 35; 28); (35; \pm 28); (\pm 28; 35); (28; \pm 35)\}$ bo'ladi.

Javob: tenglamaning butun yechimlari
 $\{(\pm 35; 28); (35; \pm 28); (\pm 28; 35); (28; \pm 35)\}$.

Ba'zi masalalarni qoldiqli bo'lish bilan bog'liq bo'lgan quyidagi tasdiqlardan foydalanib yechish mumkin.

3-tasdiq. Aniq kvadratni 3 ga bo'lganda 0 yoki 1 qoldiq qoladi.

4-tasdiq. Aniq kubni 9 ga bo'lganda 0 yoki 1 yoki 8 qoldiq qoladi.

Agar aniq kub manfiy butun son bo'lsa, u holda uni 9 ga bo'lganda moduli bo'yicha 9 dan kichik manfiy son qoladi. Bu manfiy songa 9 sonini qo'shib, musbat qoldiqqa almashtirish mumkin.

Masalan, -2 sonini 7 ga; -1 sonini 8 ga; -8 sonini 1 ga; -6 sonini 3 ga almashtirish mumkin.

5-tasdiq. Sonning 4-darajasini 16 ga bo'lganda 0 yoki 1 qoldiq qoladi.

6-tasdiq. Ketma-ket keluvchi natural sonlar $n(n+1)$ ko'paytmasini 10 ga bo'lganda 0 yoki 2 yoki 6 qoldiq qoladi, ya'ni 0 yoki 2 yoki 6 raqami bilan tugaydi. $n(n+9)$ soni ham 0 yoki 2 yoki 6 raqami bilan tugaydi.



3-tasdiqning isboti. $n = 3k + r$, $r \in \{0;1;2\}$ deb olsak, u holda $n^2 = (3k + r)^2 = 9k^2 + 6kr + r^2 = 3k(3k + 2r) + r^2$ bo'lib, r^2 ni 3 ga bo'lgandagi qoldiqlar bilan bir xil bo'ladi, ya'ni $\{0;1\}$

4-tasdiqning isboti. $n = 3k + r$, $r \in \{0;1;2\}$ deb olsak, u holda $n^3 = (3k + r)^3 = 27k^3 + 27k^2r + 36kr^2 + r^3 = 9k(3k^2 + 3kr + 4r^2) + r^3$ bo'lib, r^3 ni 9 ga bo'lgandagi qoldiqlar bilan bir xil bo'ladi, ya'ni $\{0;1;8\}$.

5-tasdiqning isboti. $n = 2k$ da $n^4 = 16k^4$ va $n = 2k + 1$ da esa

$$\begin{aligned} n^4 &= (2k + 1)^4 = 16k^4 + 32k^3 + 24k^2 + 8k + 1 = \\ &= 16k^2(k^2 + 2k + 1) + 8 \cdot \underbrace{k(k + 1)}_{2q} + 1 = 16k^2(k + 1)^2 + 16q + 1 \end{aligned}$$

bo'lgani uchun n^4 sonini 16 ga bo'lganda 0 yoki 1 qoldiq qoladi.

6-tasdiqning isboti. n soni $\{0;1;\dots;9\}$ raqami bilan tugasa, $n + 1$ soni esa mos ravishda $\{1;2;\dots;0\}$ raqami bilan tugab, $n(n + 1)$ soni esa $\{0;2;6\}$ raqami bilan tugaydi. Bu tasdiqni isbotini quyidagi jadval asosida ham ko'rsatish mumkin:

n ning oxirgi raqami	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$n + 1$ ning oxirgi raqami	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$n(n + 1)$ ning oxirgi raqami	0	2	6	2	0	0	2	6	2	0

7-tasdiq. Aniq kvadratni 7 ga bo'lganda 0 yoki 1 yoki 2 yoki 4 qoldiq qoladi.

8-tasdiq. Aniq kvadratni 5 ga bo'lganda 0 yoki 1 yoki 4 qoldiq qoladi.

7-tasdiqning isboti. $n = 7k + r$, $r \in \{0;1;2;3;4;5;6\}$ deb olsak, u holda



$n^2 = (7k + r)^2 = 49k^2 + 14kr + r^2 = 7k(7k + 2r) + r^2$
 bo'lib, r^2 ni 7 ga bo'lgandagi qoldiqlar bilan bir xil bo'ladi, ya'ni $\{0;1;2;4\}$.

8-tasdiqning isboti. $n = 5k + r$, $r \in \{0;1;2;3;4\}$ deb olsak, u holda

$$n^2 = (5k + r)^2 = 25k^2 + 10kr + r^2 = 5k(5k + 2r) + r^2$$

bo'lib, r^2 ni 5 ga bo'lgandagi qoldiqlar bilan bir xil bo'ladi, ya'ni $\{0;1;4\}$.

Endi bu tasdiqlardan foydalanib masalalar yechamiz.

3-masala. $x^3 + y^3 = 2021$ tenglamaning butun yechimlarini toping.

Yechish. 4-tasdiqqa ko'ra, aniq kubni 9 ga bo'lganda $\{0;1;8\}$ qoldiq qoladi. U holda $x^3 + y^3$ ni 9 ga bo'lganda esa $r \in \{0;1;2;7;8\}$ qoldiq qoladi, ammo 2021 sonini 9 ga bo'lganda 5 qoldiq qoladi, chunki $2021 : 9 = 224(\text{qoldiq } 5)$.

Demak, tenglama butun yechimlarga ega emas.

Javob: Butun yechimlari mavjud emas.

4-masala. 2022 sonini ikkita butun sonlar kublarining yig'indisi shaklida tasvirlash mumkinmi?

Yechish. Masala shartiga ko'ra, $2022 = x^3 + y^3$ va x, y butun sonlar. Bu masala 3-masalaga o'xshash bo'lgani uchun $2022 : 9 = 224(\text{qoldiq } 6)$ bo'lib, 2022 sonini 9 ga bo'lganda 6 qoldiq qoladi, ammo kublar yig'indisini 9 ga bo'lganda $r \in \{0;1;2;7;8\}$ qoldiq qoladi.

Demak, tasvirlash mumkin emas.

Javob: Mumkin emas.

5-masala. $2017x^3 - 2015y^3 = 2021$ tenglama butun yechimlarga ega emasligini isbotlang.

Isbot. Tenglamadan $2017x^3 = 2015y^3 + 2021$ hosil bo'ladi. Aniqni 9 ga bo'lganda 0 yoki 1 yoki 8 qoldiq qoladi. $2017 : 9 = 224(\text{qoldiq } 1)$ $2015 : 9 = 223(\text{qoldiq } 8)$, $2021 : 9 = 224(\text{qoldiq } 5)$ bo'lib, $2017x^3$ ni 9 ga bo'lganda ham 0 yoki 1 yoki 8 qoldiq qoladi, ammo $2015y^3 + 2021$



ni 9 ga bo'lganda $8 \cdot 0 + 5 = 5$, $8 \cdot 1 + 5 = 13 = 1 \cdot 9 + 4$, $8 \cdot 8 + 5 = 69 = 9 \cdot 7 + 6$ bo'lib, 5 yoki 4 yoki 6 qoldiq qoladi. Demak, tenglama butun yechimlarga ega emas.

Javob: Butun yechimlari mavjud emas.

6-masala. $x^4 + y^4 + z^4 = 2012$ tenglamaning butun yechimlari mavjudmi?

Yechish. Sonning 4-darajasini 16 ga bo'lganda 0 yoki 1 qoldiq qolib, $x^4 + y^4 + z^4$ ni 16 ga bo'lganda hosil bo'ladigan eng katta qoldiq $1 + 1 + 1 = 3$, ammo 2012 sonini 16 ga bo'lganda 12 qoldiq qoladi, chunki $2012 : 16 = 125(\text{qoldiq } 12)$.

Demak, tenglamaning butun yechimlari mavjud emas.

Javob: Mavjud emas.

7-masala. 2022 sonini beshta butun sonlar 4-darajalarining yig'indisi shaklida tasvirlash mumkinmi?

Yechish. Masala shartiga ko'ra, $2022 = x^4 + y^4 + z^4 + t^4 + u^4$ va x, y, z, t, u butun sonlar. Sonning 4-darajasini 16 ga bo'lganda 0 yoki 1 qoldiq qolib, $x^4 + y^4 + z^4 + t^4 + u^4$ yig'indini 16 ga bo'lganda hosil bo'ladigan eng katta qoldiq $1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5$ bo'ladi, ammo 2022 sonini 16 ga bo'lganda 6 qoldiq qoladi, chunki $2022 : 16 = 126(\text{qoldiq } 6)$ Demak, tasvirlash mumkin emas.

Javob: Tasvirlash mumkin emas.

8-masala. $2022 \cdot (2016^n + 1)$ sonini ketma-ket keluvchi natural sonlar ko'paytmasi shaklida tasvirlash mumkin emasligini isbotlang. Bunda n natural son.

Isbot. Faraz qilaylik, tasvirlash mumkin bo'lsin. U holda $2022 \cdot (2016^n + 1) = k(k+1)$, $k \in \mathbb{N}$ bo'ladi.

2016^n soni 6 raqami bilan tugab, $2022 \cdot (2016^n + 1)$ soni esa 4 raqami bilan tugaydi, ammo ketma-ket keluvchi natural sonlarning $k(k+1)$ ko'paytmasi 6-tasdiqqa ko'ra 0 yoki 2 yoki 6 raqami bilan tugaydi.

Demak, tasvirlash mumkin emas.



9-masala. $x^3 + x + 10y = 2021$ tenglikni qanoatlantiruvchi butun sonlar mavjudmi?

Yechish. x sonining oxirgi raqami $\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$ bo'lsa, u holda x^3 ning oxirgi raqami mos ravishda $\{0;1;8;7;4;5;6;3;2;9\}$ bo'lib, $x^3 + x + 10y$ yig'indining oxirgi raqami $\{0;2;8\}$ bo'ladi, ammo 2021 sonining oxirgi raqami esa 1 ga teng.

Demak, butun sonlar mavjud emas.

Javob: Mavjud emas.

10-masala. $n! + 4$ sonini k va $k + 9$ natural sonlar ko'paytmasi shaklida tasvirlash mumkinmi? Bunda $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$ faktorial.

Yechish. $n = 1$ da $1 + 4 = 5$ sonini k va $k + 9$ natural sonlar ko'paytmasi shaklida tasvirlash mumkin emas.

$n = 2$ da $2 + 4 = 6$ sonini k va $k + 9$ natural sonlar ko'paytmasi shaklida tasvirlash mumkin emas.

$n = 3$ da $6 + 4 = 10$ sonini k va $k + 9$ natural sonlar ko'paytmasi shaklida tasvirlash mumkin, chunki $10 = 1 \cdot (1 + 9)$.

$n = 4$ da $24 + 4 = 28$ sonini k va $k + 9$ natural sonlar ko'paytmasi shaklida tasvirlash mumkin emas.

$n \geq 5$ da $n! + 4 = 10p + 4$ bo'lib, $n! + 4$ sonining oxirgi raqami 4 bilan tugaydi, ammo $k(k + 9)$ soni esa 0 yoki 2 yoki 6 raqami bilan tugaydi.

Javob: $n = 3$ da mumkin.

Adabiyotlar:

1. Ayupov Sh.A., Rixsiyev B.B., Qo'chqorov O.Sh. Matematika olimpiada masalalari. 1-, 2-qism. T., Fan. 2004 y.

2. Nazarov R.N., Toshpo'latov B.T., Dusumbetov A.D. Algebra va sonlar nazariyasi. T., O'qituvchi. II - qism, 1995 y.

3. Eshimbetov R.I., Eshimbetov J.R. Diofant tenglamalarining ba'zi sinflari uchun yechish qoidalari. Fizika, Matematika va informatika. Ilmiy-uslubiy jurnal. 2022/2. 74-79 betlar.



MUNDARIJA

ILMIY-OMMABOP BO‘LIM

A.A.Akmalov, D.A.Abdurahobov. Boshlang‘ich professional ta‘limda matematikani kasbga yo‘naltirib o‘qitishning ahamiyati.....	3
S.A.Tuшликов, A.A.Агафонов. Преподавание основ интернета вещей в дистанционном формате.....	8
S.B. Orifjonov. Suyuqlikdagi ichki bosim.....	16
M.A.Boynazarov. Umumiy o‘rta ta‘lim muassasalarida laboratoriya va ko‘rgazma tajribalari orqali ta‘lim sifatini oshirish.....	21
D.K.Nasriddinov. Mobil ilovalar hamda robototexnika elementlarining oliy xarbiy ta‘limda fizika eksperimentlarida qo‘llanilishi.....	28

MATEMATIKA JOZIBASI

R.I.Eshimbetov, M.R.Eshimbetov, J.R.Eshimbetov. Qoldiqlar yordamida diofant tenglamalarining ba‘zi sinflari uchun butun yechimlarini topish.....	36
---	----

ILG‘OR TAJRIBA VA O‘QITISH METODIKASI

R. S. Usanov. Raqamlashtirish jarayonida bo‘ljak o‘qituvchilarning axborot texnologiyalaridan foydalanish istiqbollari	43
A.A.Akmalov, N. A. Akmalova. Blok-sxemali masalalarni Scratch dasturlash muhitida ifodalash.....	49
Sh. Abdiyeva. Matematika darslarida o‘quvchilarning vizual tafakkurini rivojlantirishda loyiha metodidan foydalanish	54
Sh.Sh.Shaymardanov, A.H.Murodov, M.G‘.Majidova, E.A.Mavlonov. Funksiyalar grafiklarini almashtirishda geogebra dinamik matematik dasturining animatsion imkoniyatlaridan foydalanish metodikasi.....	61
Sh. E. Karshiboyev. Fizikadan laboratoriya mashg‘ulotlarini o‘tkazish metodikasi	69

OLIMPIADA VA MASALALAR YECHISH BO‘LIMI

Masalalar va yechimlar	77
-------------------------------------	----

TALAB, TAKLIF VA TAHLIL

P.X.Холиқназаров. Ички хужжат айланиш тизимида талаб-эҳтиёжга мос хужжатлар андозаларини шакллантириши	88
M.Madirimov. Abu Rayxon Beruniy.....	97
G. Z. Rahmonova. Tabiiy-ilmiy savodxonlik asosida fizik tushunchalarni o‘rganish	106
N.U. Shodmonqulova. Raqamli texnologiyalar integratsiyasi asosida “Materiallar qarshiligi” fanini o‘qitish metodikasini takomillashtirish.....	113
M.K.Mamadjanova, D.B.Muzaffarova. O‘rta osiyolik matematiklarining isbotlashga doir geometrik masalalarni yechishda qo‘llagan usullari.....	120
X.I. Xanbabayev. Elektron ta‘lim vositalari orqali talabalarda raqamli kompetensiyani rivojlantirishning tashkiliy-didaktik tarkibiy tuzilmasi.....	127



Jurnalning ushbu sonini
tayyorlashda qatnashganlar:

*B. Olimov, F. Saidova, K. Mamatkarimov, R. Turgunboyev, F. Ochilov
Kompyuterda sahifalovchi: M. Dadajanova.*

*O‘zbekiston Respublikasi Matbuot va axborot agentligida
№ 0103 tartib raqami bilan ro‘yxatdan o‘tgan.*

*O‘zbekiston Respublikasi Oliy Attestatsiya Komissiyasi Filologiya,
Pedagogika va psixologiya fanlari bo‘yicha ekspert kengashi tavsiyasi
(21.04.2014. №4) va Rayosat qarori (30.04.2014. №205/3) ga asosan
fan doktori ilmiy darajasiga talabgorlar jurnallari ro‘yxatiga «Fizika,
matematika va informatika» jurnali kiritilgan.*

Tahririyat manzili:

Toshkent shahri, Bratislava ko‘chasi, 2-uy.

**T.N.Qori Niyoziy nomidagi O‘zbekiston Pedagogika fanlari
ilmiy tadqiqot instituti**

FIZIKA, MATEMATIKA va INFORMATIKA jurnali

Web-site: <http://uzpfiti.uz/uz2/fizika,matematika,informatika.htm>

E-mail: fizmat_jurnali@inbox.uz

Bosishga ruxsat etildi. 20.08.2003 y. Qog‘oz bichimi 60x84 ¹/₁₆.

Ofset bosma usulida bosildi. 7 bosma taboq.

Adadi nusxa 150. Buyurtma № 4

**“BIZNES POLIGRAF” MCHJ bosmaxonasi,
Toshkent shahar, Chilonzor katta Qozirobod 65 uy.**

