UDC 517.55

Некоторые свойства автоморфизмов классической области первого типа

Эркинбоев К.С.[1,2],Жумабоев Р.Ш.[1], **Юсупбаева Х.**[1]"
[1]National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek, Tashkent, Uzbekistan;
[2]Ургенчский государственный университет им. Аль-Хорезми, Ургенч, Узбекистан;
qerkinboyev@gmail.com, dreamer98997@gmail.com,rjumaboyev95@mail.ru

Первый тип классической областы: $\Re_1(m,n)$-каждая точка области состоит из матриц, состоящих из m строк и n столбцов, удовлетворяющих следующему условию

$$I^{(m)} - ZZ^* > 0,$$

где $I^{(m)}$-единичная квадратная матрица m-го порядка, Z^* - транспонированная матрица, сопряженная с матрицей Z [1].

Автоморфизмы $\Re_1(m,n)$-классической области первого типа имеют вид:

$$\varphi(Z) = (AZ+B)(CZ+D)^{-1}, \qquad (1)$$

где коэффициенты удовлетворяют условиям:

$$AA^* - BB^* = I^{(m)},\ AC^* = BD^*,\ CC^* - DD^* = -I^{(n)}. \qquad (2)$$

Автоморфизмы классической областы (1) также можно представить в виде:

$$\varphi(Z) = (ZB^* + A^*)^{-1}(ZD^* + C^*), \qquad (3)$$

где коэффициенты (3) удовлетворяют условиям:

$$B^*B - D^*D = -I^{(n)},\ B^*A = D^*C,\ A^*A - C^*C = I^{(m)}. \qquad (4)$$

Упростим автоморфизмы вида (1) следующим образом:

$$\varphi(Z) = (AZ+B)(CZ+D)^{-1} = A\left(Z + A^{-1}B\right)\left(D^{-1}CZ + I\right)^{-1}D^{-1}. \qquad (5)$$

Если положим $A = Q,\ A^{-1}B = -P,\ D = R$, то (1) будет иметь вид:

$$\varphi_P(Z) = Q(Z-P)(I-P^*Z)^{-1}R^{-1}. \qquad (6)$$

Тогда из (2) получаем

$$Q(I-PP^*)Q^* = I^{(m)}, R(I-P^*P)R^* = I^{(n)}. \qquad (7)$$

Свойства автоморфизмов $\varphi_P(Z)$ приведем в следующей теореме.

Теорема. Для автоморфизма $\varphi_P(Z) = Q(Z-P)(I-P^*Z)^{-1}R^{-1}$ матричного шара первого типа $\Re_1(m,n)$ имеют место следующие свойства:

$\mathbf{1}^0$.

$$\varphi_P(P) = 0, \varphi_P(0) = -QPR^{-1}.$$

Если также $QP + PR = 0$, то выполняются следующие условия:

$$\varphi_P(P) = 0\,,\ \ \varphi_P(0) = P;$$

2^0. Для дифференциала автоморфизма области $\Re_1(m,n)$ имеют место выражения

$$d(\varphi_P(P)) = QdZR^*, d(\varphi_P(0)) = (Q^*)^{-1}dZR^{-1},$$

где $d(\varphi_P(P))(d(\varphi_P(0)))$ - дифференциал автоморфизма (6) в точке $Z = P$ $(Z = 0)$;

3^0.Для всех $Z, W \in \Re_I(m,n)$

$$\det(I - \langle\varphi(Z), \varphi(W)\rangle) = \frac{\det(I - \langle P, P\rangle) \cdot \det((I - \langle Z, W\rangle))}{\det(I - \langle Z, P\rangle) \cdot \det(I - \langle P, W\rangle)},$$

$$\det(I - \langle\varphi_P(Z), \varphi_P(Z)\rangle) = \frac{\det(I - \langle P, P\rangle)\det(I - \langle Z, Z\rangle)}{\det(I - \langle Z, P\rangle)\det(I - \langle P, Z\rangle)}.$$

4^0.Если для автоморфизма (6) имеют место следующие соотношения

$$QP + PR = 0,\ R = R^*,\ Q = Q^*$$

то $\varphi_P(\varphi_P(Z)) = Z$ (свойство инволюции);

5^0. $\varphi_P(Z)$ будет гомеоморфизмом.

Эта теорема является анологом теоремы 2.2.2 из [2]

REFERENCES

1. **Хуа Ло-кен.** *Гармонический анализ функций многих комплексных переменных в классических областях.* – М.: ИЛ, 1959. – 163 с.

2. **Рудин У.** *Теория функций в единичном шаре из .* – М.: Мир,1984. – 456 с.